corrigé

Les Cèrcles

Chapitre 10 – notes et exercices

K Ce que je sais déjà	L Ce que j'ai appris
1.	1.

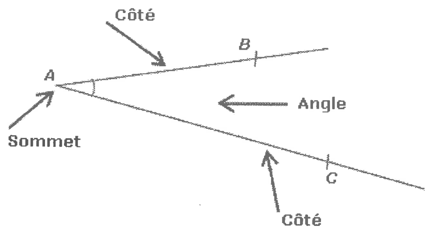
corrigé

Cercles, Triangles, Angles – Révison

Remplis au moins que tirets que possible. Emploie les p. 5-10 au besoin pour aide.

A. Les angles

1. On peut nommer un angle avec simplement une lettre si la lettre signifie uniquement un angle. Ou on peut le nommer avec les 3 lettres avec le sommet au milieu.



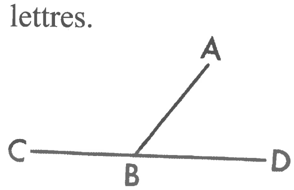
Exemple :
On peut nommer cet angle avec la lettre du sommet.

a) Alors cet angle est nommé ∠ A

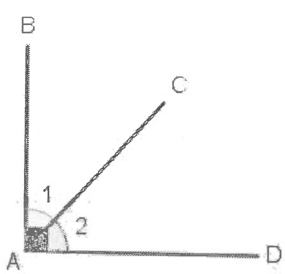
Ou on peut le nommer avec deux façons, avec le sommet au milieu.

b) Alors cet angle est nommé ∠ BAC ou ∠ CAB.

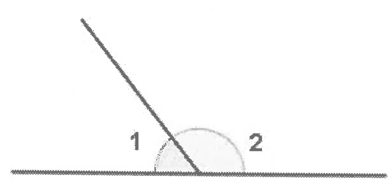
2. Mais si le sommet a plusieurs angles, il faut les nommer avec les 3 lettres.



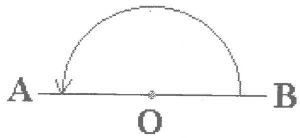
Nomme les 2 angles qui a sommet B. ∠CBA et ∠ABD et
(ou ∠ABC et ∠DBA)



3. ∠ BAD = 90 °
∠ BAD est un angle droit.
∠1 + ∠2 = 90 °
∠1 + ∠2 sont complementaires.

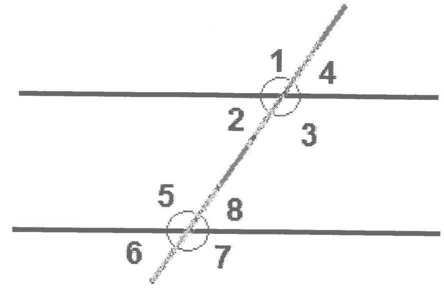


4. ∠1 + ∠2 = 180 °
∠1 + ∠2 sont supplementaires.
Aussi ∠1 + ∠2 sont ***paires linéaires.***



5. ∠AOB = 180 °

∠AOB est un angle plat



6. Quels paires d'angles sont **égaux**?

5 & 7 ; 6 & 8 (∠s opposés par le sommet)

1 & 3 ; 2 & 4 ; (∠s opposés par le sommet)

5 & 3 ; 2 & 8 ; (∠s internes alternes)

Quels paires d'angles sont **supplémentaires**? Somme 180°

5 & 6 ; 7 & 8 (paires linéaires)

6 & 7 ; 5 & 8 (paires linéaires)

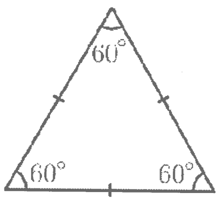
1 & 2 ; 3 & 4 (paires linéaires)

1 & 4 ; 2 & 3 (paires linéaires)

B. Les Triangles

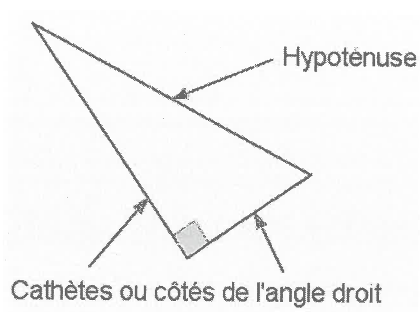
1. La **somme** des mesures des trois angles d'un triangle = 180 °

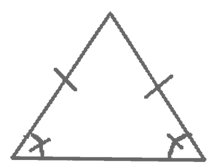
2.



2a). Un triangle équilatéral a trois **angles** et trois **côtés** égaux.

2b) La mesure des trois **angles** d'un triangle équilatérale = 60 °.





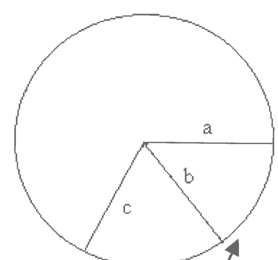
3. Un triangle isocèle a 2 **angles** (de base) et 2 **côtés** égaux.

4. Un triangle rectangle a un angle droit (un angle qui mesure 90° °).

Pour employer le théorème de Pythagore on doit savoir que c'est un triangle rectangle.

Pythagore→ cathète² + cathète² = hypoténuse²

C. Le Cercle



1. Tous les rayons d'un cercle ont de la même mesure . a=b=c

2. La somme des angles au centre d'un cercle est 360° °

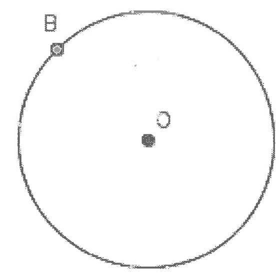
360°

LE CERCLE – Définitions et vocabulaire

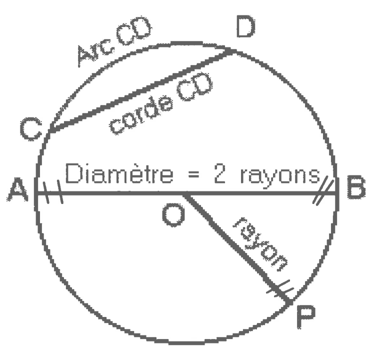
Concepts à définir (ou redéfinir) dans l'unité du cercle :

Un angle	Un angle droit	Un angle aigu
Un angle obtus	Un angle plat	Un angle rentrant
Une droite	Un segment	Une bissectrice
Un cercle	Le centre	Un rayon
Un diamètre	Un arc de cercle	Un petit arc
Un grand arc	Un demi-cercle	Une corde
Un angle au centre	Un angle inscrit	Un angle sous-tendu
Une tangente	Une sécante	Un point de tangence
Une bissectrice	Une médiatrice	Une perpendiculaire

Un <u>CERCLE</u> est l'ensemble de tous les points **<u>équidistants</u>** (la même distance) d'un point fixe, O. (Alors **tous les rayons ont de la même mesure**).



Le point O est le **<u>CENTRE</u>** du cercle et le cercle passe par le point B.



*Un **<u>RAYON</u>** est un segment qui rejoint le <u>centre</u> du cercle, O, <u>à un point sur le cercle</u>, P.

(Le segment $\overline{OP}$ est **un rayon.**)

↓

*Tous les rayons d'un cercle ont de <u>la même mesure</u>.

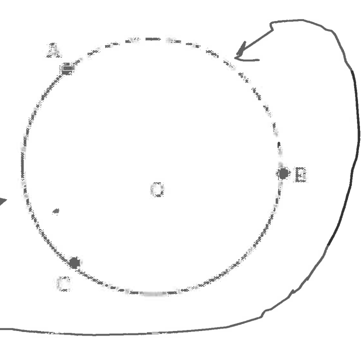
Rayon $\overline{OP}$ = rayon $\overline{OB}$ = rayon $\overline{AO}$

*Un **<u>DIAMÈTRE</u>** est un segment qui rejoint <u>deux points du cercle</u> et qui <u>passe par le centre</u> du cercle. (Le segment * $\overline{AB}$ est **un diamètre.**)

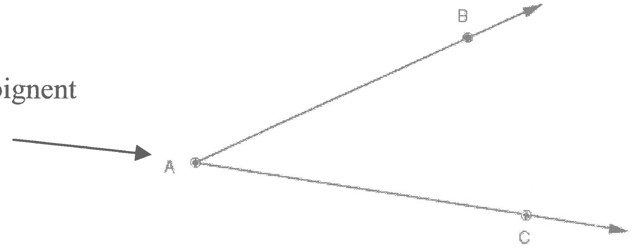
*Une **<u>CORDE</u>** est un segment rejoignant deux points sur le cercle. Le segment $\overline{CD}$ est **une corde** du cercle de centre O.

Un **<u>ARC</u>** de cercle (arc AC ou $\overparen{AC}$) est un morceau de cercle délimité par deux points sur le cercle, A et C. L'arc peut être désigné par deux ou trois lettres. Il existe le **grand arc** de cercle ($\overparen{ABC}$) qui est <u>plus longue</u> qu'un demi-cercle;

et le **petit arc** de cercle ($\overparen{AB}$) qui est <u>plus courte</u> qu'un demi-cercle.



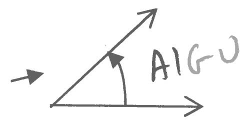
Un **ANGLE** est formé par deux demi-droites qui se rejoignent en un seul point, **le sommet**.



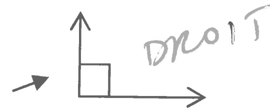
L'angle BAC ($\angle BAC$) est ainsi formé par deux côtés, $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$, et un sommet, A. On peut le nommer $\angle$**A**, $\angle$BAC, ou $\angle$CAB (***lettre du sommet est lettre au milieu.)***

Il existe plusieurs types d'angles :

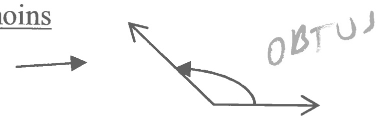
- un angle aigu est un angle qui mesure moins que 90°



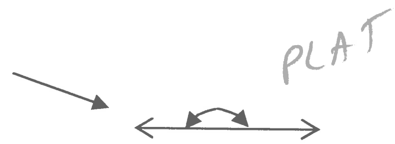
- un angle droit est un angle qui mesure 90°. Les côtés qui forment un angle droit sont perpendiculaires ($\perp$)



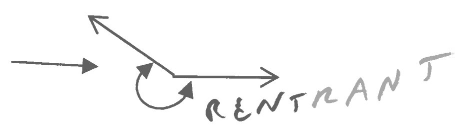
- un angle obtus est un angle qui mesure plus que 90° mais moins que 180° ;



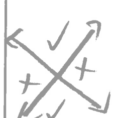
- un angle plat est un angle qui mesure exactement 180° ;



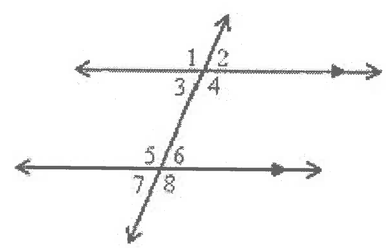
- un angle rentrant est un angle qui mesure plus que 180° mais moins que 360°.



Il y a aussi les angles formés par les droites qui intersectent.

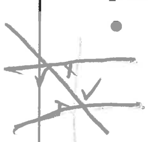


- Les angles opposés par le sommet sont composés des deux mêmes lignes, comme la lettre X. Ils doivent avoir les mêmes lignes et le même sommet. **Les angles opposés par le sommet sont de mêmes mesures.**

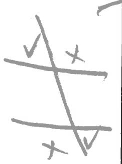


$\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$ ($\angle$s opp somm)
$\angle 5 = \angle 8$, $\angle 7 = \angle 6$ ($\angle$s opp somm)
$\angle 4 = \angle 5, \angle 3 = \angle 6$ ($\angle$s alt-int)
$\angle 2 = \angle 7$, $\angle 1 = \angle 8$ ($\angle$s alt-ext)
$\angle 1 = 5, \angle 3 = \angle 7$ ($\angle$s corr)
$\angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$ ($\angle$s corr

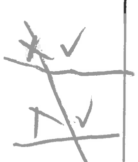
Les angles alternes-internes, alternes-externes, et angles correspondants sont formés par *deux lignes parallèles* et une sécante.



- Les angles situés à l'intérieur des parallèles et de chaque côté de la sécante sont nommés alternes-internes. **Les angles alternes-internes sont de mêmes mesures.**



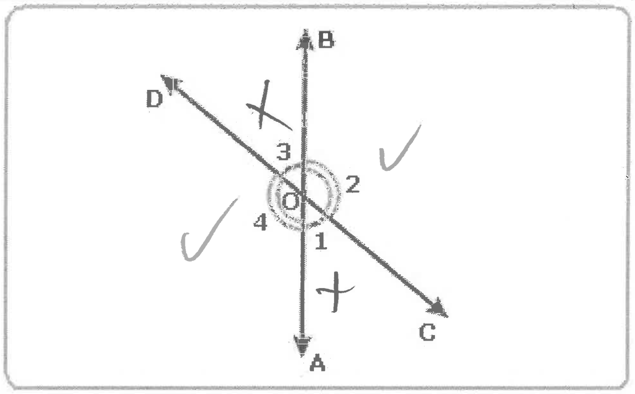
- Les angles situés à l'extérieur des parallèles et de chaque côté de la sécante sont nommés alternes-externes. **Les angles alternes-externes sont de mêmes mesures.**



- Les angles situés du même côté de la sécante, où un des angles est situé à l'intérieur et l'autre est situé à l'extérieur des 2 droites sont nommés correspondants. **Les angles correspondants ont de mêmes mesures.**

Le Vocabulaire, Définitions, Propriétés

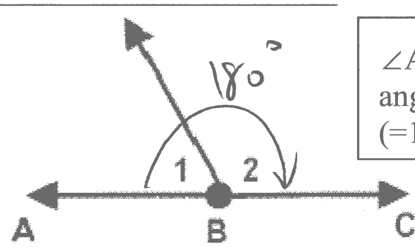
• Les Angles, les Triangles, et les Droites aux Cercles



Les angles opposés par le sommet sont congruents.

-les droites XY et TZ intersectent à O
-les deux angles sont le même sommet (O)

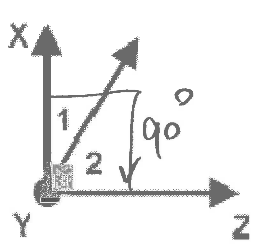
Ex. $m\angle 1 = m\angle 3$ et $m\angle 2 = m\angle 4$



$\angle$ABC est un angle **plat** (=180°)

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$$

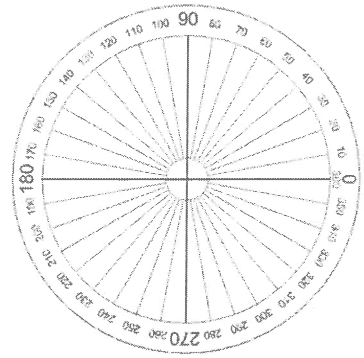
Les deux angles sont supplémentaires.



$\angle$XYZ est un angle **droit** (=90°)

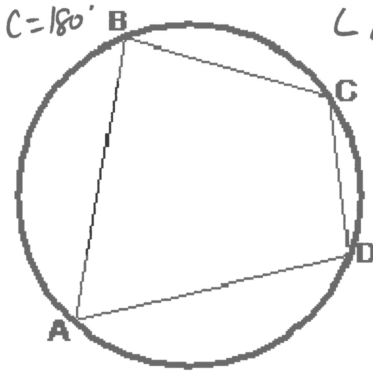
$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$$

Les deux angles sont **complémentaires**.



La somme des angles au centre d'un cercle est 360°.

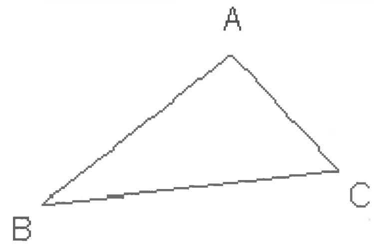
$\angle A + \angle C = 180°$ $\angle B + \angle D = 180°$



Un quadrilatère (un polygone à 4 côtés) dont tous les sommets sur trouvent sur la même cercle (est inscrit dans la cercle) est un **quadrilatère cyclique**.

La somme des 4 angles d'un quadrilatère est 360°.

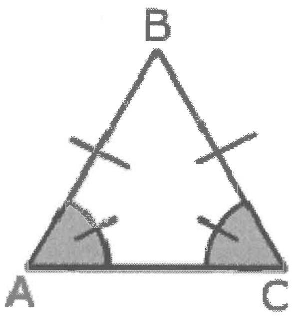
Les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires (leur somme est donc 180°).



La <u>somme des angles d'un triangle</u> est 180°.

Ex. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

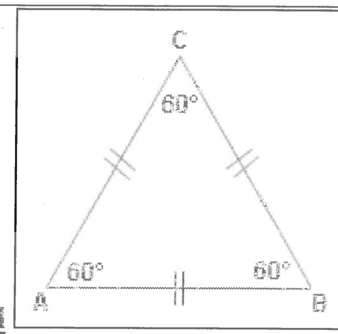
Triangle isocèle



© mathwarehouse.com

AB = AC, donc ABC est **un triangle isocèle**.

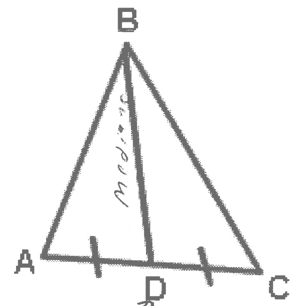
Les deux angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux.



Triangle équilatéral

AB = BC = CA, donc ABC est **un triangle équilatéral.**

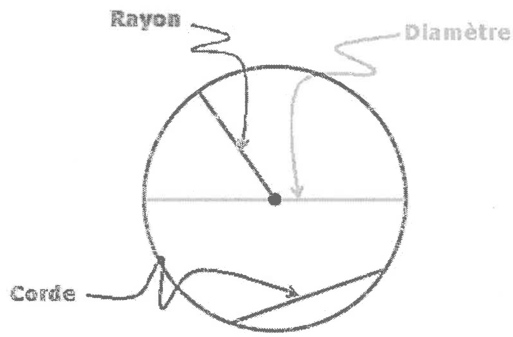
Dans un triangle équilatéral, <u>les trois angles sont égaux</u> et mesurent chacun 60°.



$\overline{BD}$ est <u>une médiane</u> de $\triangle ABC$

$\therefore$ D est <u>le point milieu</u> de $\overline{AC}$

$\therefore \overline{AD} \cong \overline{DC}$



- **<u>Rayon</u> :** droite qui **<u>relie</u>** un **<u>point</u>** du cercle et le **<u>centre</u>** du cercle.

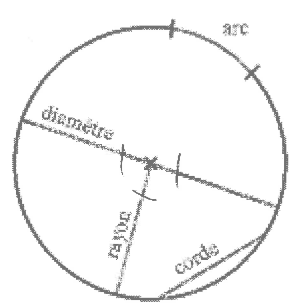
<u>-Tous les rayons</u> du cercle <u>possèdent la même mesure.</u>
<u>-Le rayon équivaut à la moitié du diamètre.</u>
On peut tracer un rayon à partir de n'importe quel point du cercle.
(***Un angle au centre*** *est un angle formé par deux rayons du cercle.)*

- **<u>Diamètre</u> :** droite qui **<u>relie deux points</u>** du cercle et qui passe par le **<u>centre</u>** du cercle.

-<u>Tous les diamètres du cercle possèdent la même mesure.</u>
-Le diamètre est <u>deux fois plus long que le rayon</u>. (Diamètre = 2 x la mesure du rayon)
-On peut tracer un diamètre à partir de n'importe quel point du cercle.

- **<u>Corde</u> :** droite qui **<u>relie deux points</u>** du cercle.

-Toutes les cordes <u>ne possèdent pas</u> la même mesure.
-On peut tracer une corde à partir de n'importe quel point du cercle.
-Le diamètre est une corde qui passe par le centre du cercle.



Chapitre 10 - La géométrie

Définitions et Propriétés des Angles, Triangles, Droites, Cercles

En géométrie déductive, on n'accepte pas une phrase comme vrai sans preuve d'un fait, une règle, ou propriété géométrique qu'on accepte que vrai.

Exemple: Si les 2 angles d'un triangle sont 40° et 80°, quelle est la mesure de l'autre angle? (C'est 60° PARCE QUE la somme des 3 angles du triangle est 180° (propriété géométrique *qu'on accepte que vrai*).

Exemple: Si les 2 côtes d'un triangle rectangle sont 3 cm et 4 cm, quelle est la mesure de l'autre côté? (C'est 5 cm quand on emploie Pythagore.. *qu'on accepte que vrai).*

Dans une preuve géométrique, on emploie le raisonnement logique et les faits géométriques ensemble, étape après étape, pour prouver un énoncé.

Dans chaque étape qu'on dit un fait, il faut donner la **RAISON** (la propriété) qu'on peut le dire.

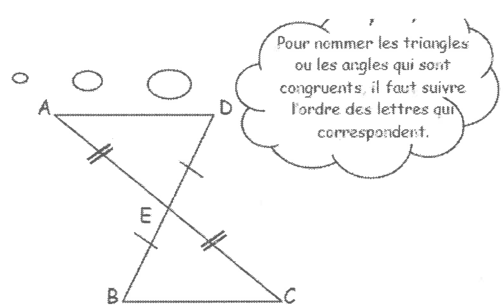
Un ensemble d'énoncés et de justifications constitue une preuve.

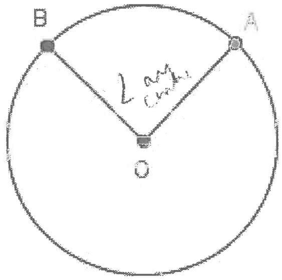
Les éléments suivants peuvent servir de justifications dans une preuve :
-les données connues (l'information donnée avant la preuve)
-les définitions
-les propriétés des nombres
-les théorèmes (exemple Pythagore)
-des propriétés

exemple d'une preuve :

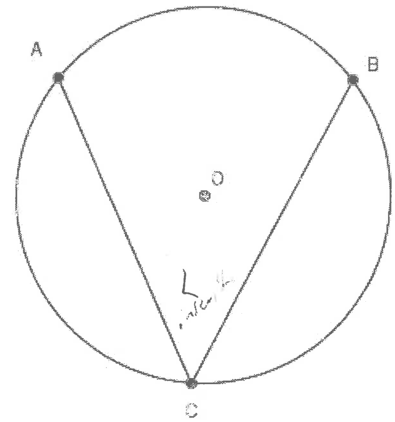
Ex : Complétons la preuve
Soit : AE = CE; ED = EB
Prouve que : AD || BC

Énoncés	Justifications
a) AE = CE	Données connues
b) ED = EB	Données connues
c) <AED = <CEB	Théorème des angles opposés
d) Δ AED = Δ CEB	CAC
e) <DAE = <BCE	Triangles congruents
f) AD || BC	Théorème des droites parallèles

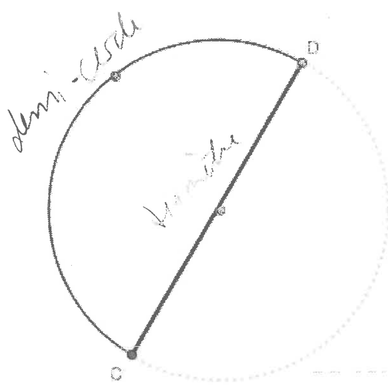




L'**angle au centre** AOB ($\angle AOB$) est un angle dont le sommet est au centre du cercle. Il est sous-tendu par le petit arc AB ($\overset{\frown}{AB}$). On dit également qu'il intercepte $\overset{\frown}{AB}$.

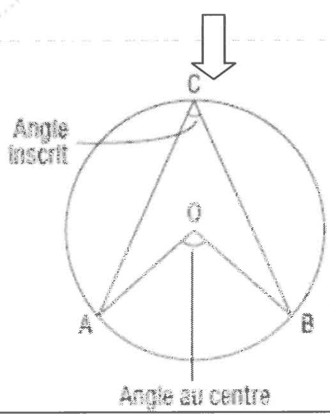


L'**angle inscrit** ACB ($\angle ACB$) est un angle dont le sommet est sur le cercle. L'angle inscrit ACB est sous-tendu par l'arc AB ou encore intercepte $\overset{\frown}{AB}$; on peut également dire que $\overset{\frown}{AB}$ est intercepté par $\angle ACB$ ou qu'il sous-tend $\angle ACB$.



Un **demi-cercle** est un arc délimité par deux points, C et D, qui sont les extrémités d'un diamètre du cercle. Le segment $\overline{CD}$ est un diamètre du cercle et l'arc $\overset{\frown}{CD}$ est un demi-cercle.

Propriteté a : L'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre



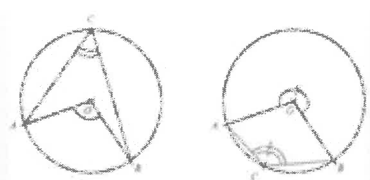
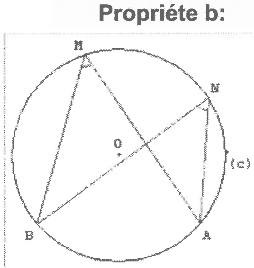


Illustration de deux exemples différents d'angles inscrits angles au centres qui interceptant un même arc.

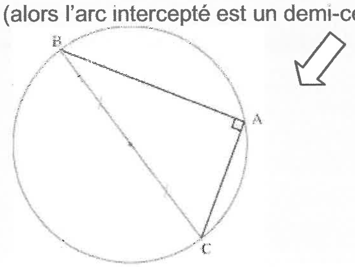
et

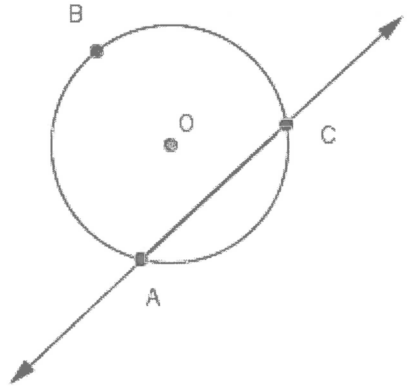
Propriéte b:



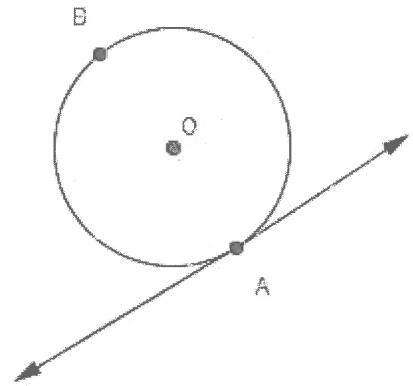
Deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

Propriété c : Si l'angle au centre est plat (alors l'arc intercepté est un demi-cercle), l'angle inscrit est 90°



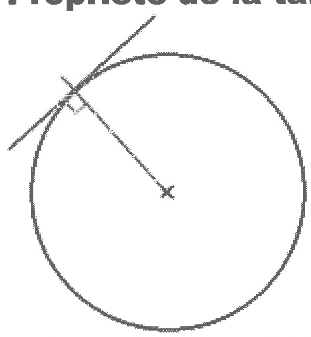


Une **sécante** est une droite qui passe par deux points du cercle, A et C, et qui coupe le cercle en deux parties



Une **tangente** est une droite qui touche le cercle en un seul point, A. On appelle ce point A le point de tangence.

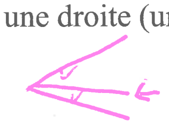
Propriété de la tangente :



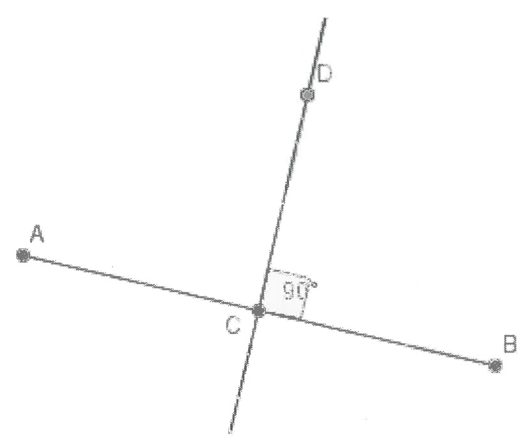
La tangente en un point du cercle est **perpendiculaire au rayon** en ce point.

++

Une **bissectrice** est une droite (une demi-droite ou un segment) qui coupe un angle ou un segment en deux parties égales.



Une **médiatrice** est une bissectrice perpendiculaire d'un segment. Le segment $\overline{CD}$ est une médiatrice du segment $\overline{AB}$ parce qu'il bissecte le segment $\overline{AB}$ ($\overline{AC} \cong \overline{CB}$) et qu'il forme un angle droit avec le segment $\overline{AB}$, $\angle BCD = 90°$.



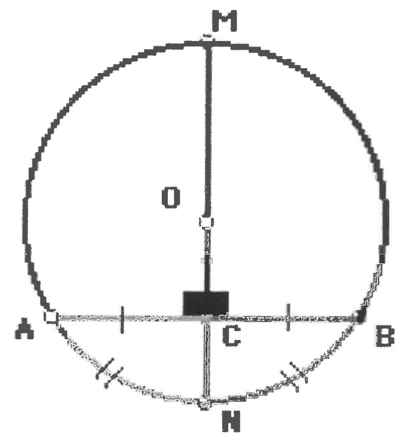
Les Médiatrices

La <u>médiatrice</u> d'une corde est la droite qui:
⇒ **est perpendiculaire à cette corde**
⇒ **passe par le milieu de la corde (divise la corde en 2 parties égales)**
⇒ **passe par ce centre du cercle ((peut être le rayon ou le**

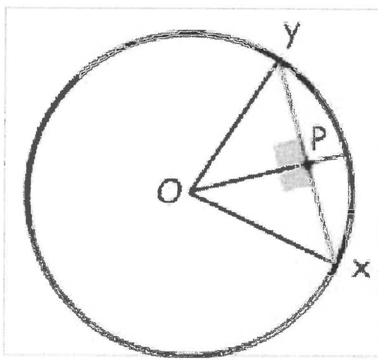
1. Si une droite:
- divise une corde en <u>deux parties égales</u>

ET
- passe par le <u>centre</u> du cercle,

ALORS cette droite est **<u>perpendiculaire</u>** à la corde. **c'est une médiatrice)**



La *médiatrice* d'une corde passe par le <u>centre (O) du cercle</u> (peut être un rayon ou un diamètre)↓

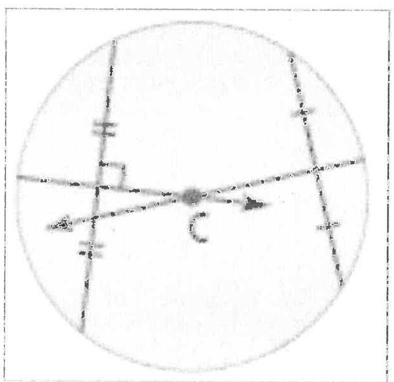


2. Si une droite:
- divise une corde en <u>deux parties égales</u>

ET
- passe par le <u>centre</u> du cercle,

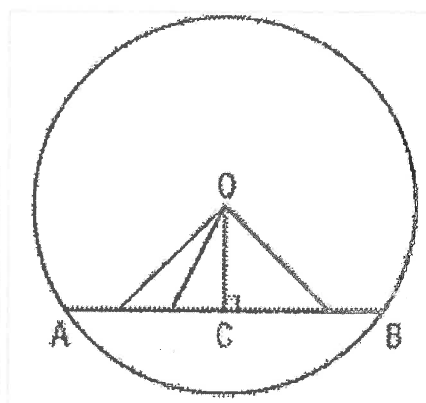
ALORS cette droite est **<u>perpendiculaire</u>** à la corde. **(c'est une médiatrice)**

Les *médiatrices* de <u>deux cordes</u> se coupent au <u>centre du cercle</u>.↓



La plus courte distance entre le centre d'un cercle et une corde est la droite **<u>perpendiculaire</u>** à la corde.

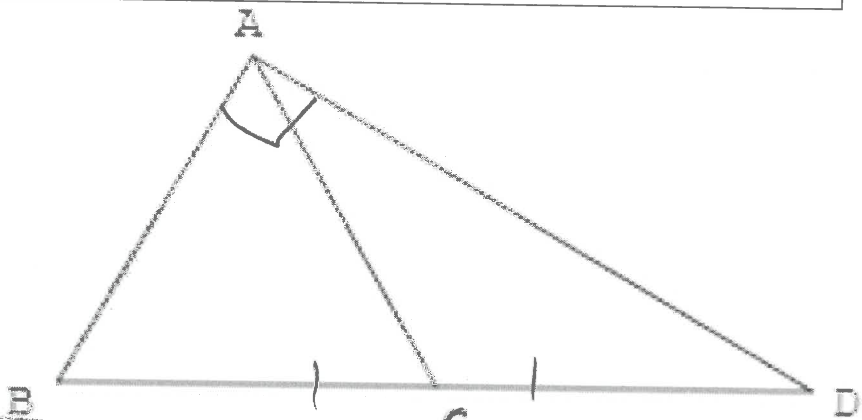
***OC** est la droite la plus courte qui va du corde au centre parce que c'est la distance perpendiculaire.* →



la Géométrie Déductive de la Géométrie Euclidienne

-une méthode d'employer les propriétés établies, la connaissance géométrique, et l'information donnée pour **déduire (tirer les conclusions** au sujet) des longueurs et la mesure des angles, **d'une façon logique**. Il y a un **raisonnement** (justification, explication) pour déduire chaque propriété cherchée. En géométrie déductive, <u>on n'accepte pas une phrase comme vrai sans preuve</u> d'un fait, une règle, ou propriété géométrique qu'on accepte que vrai. **On doit la justifier, expliquer (dire pourquoi c'est vrai).** On emploie **le raisonnement logique** et les **faits géométriques** ensemble, étape après étape, pour prouver un énoncé.

<u>Exemple 1</u> : Marque le diagramme avec l'information donnée. D'après chaque donné ou déduction, quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer?



<u>donnés</u>

~~conclusions (avec justifications)~~

C est le milieu du segment BD

ΔBAD est rectangle en A

ΔABC est équilatéral

Conclusions

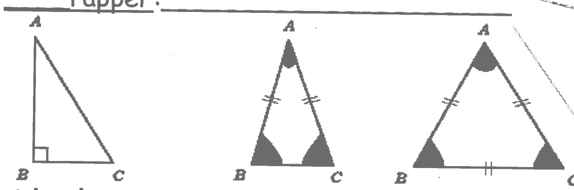
BC = CD (c est le milieu)

∠BAD = 90° (Δ rectangle en A)

AB = AC = CD } (defn Δ équi)

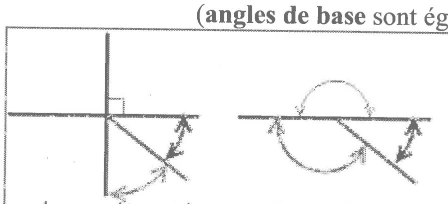
∠B = ∠D = ∠BAD = 60° }

<u>rappel</u> :



triangle rectangle	triangle isocèle	triangle équilatérale
∠B = 90°	$\overline{AB} = \overline{BC}$	$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$
	∠B = ∠C	A = ∠B = ∠C = 60°

(**angles de base** sont égaux)



angles complémentaires   angles supplémentaires

somme 90°   somme 180°

Étapes pour Trouver les Valeurs avec Justification

Le diagramme :

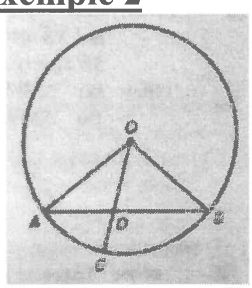
1. Marquer le diagramme avec la première information donnée.
2. Avec cette information, pense est-ce qu'il y a une conclusion que je peux tirer?
3. S'il y a une conclusion tirée de l'information donnée, ajoute-la au diagramme.
4. S'il y a même une autre conclusion que tu peux tirer maintenant, ajoute-la aussi.
5. Maintenant écris la prochaine donnée. Continue comme ci-dessus.

L'explication :

1. Écris la première information donnée.
2. Avec cette information, pense est-ce qu'il y a une conclusion que je peux tirer?
3. S'il y a une conclusion tirée de l'information donnée, écris-la sous la donnée que tu écrivais. Écris ensuite <u>la justification</u> (pourquoi est-ce que je le sais?).
4. S'il y a même une autre conclusion que tu peux tirer maintenant, ajoute-la aussi avec la justification.
5. Maintenant écris la prochaine donnée. Continue comme ci-dessus.

Tu peux faire les étapes de justification de l'explication <u>au même temps,</u> si tu veux.

<u>Exemple 2</u> **<u>donné :</u>**



Cercle Centre O

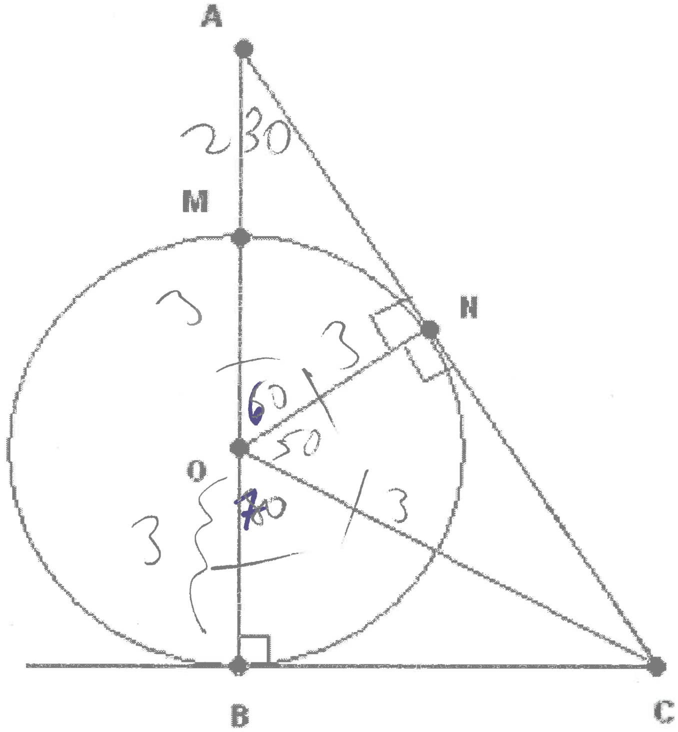
$\overline{OA} = 6cm$

$\overline{OD} = 4cm$

<u>Trouve</u> $\overline{DC}$

<u>affirmations</u>	**<u>justifications</u>**
$\overline{OA} = 6cm$	donné
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 6cm$	rayons
$\overline{OD} = 4cm$	donné
$\overline{DC} = 6-4 = 2cm$	$DC = OC - DC$

Exemple 3



donné

Cercle Centre O

$\angle NOC = 50°$

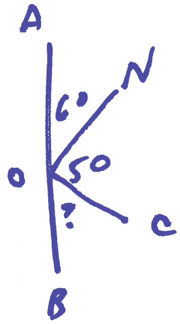
$\angle NAO = 30°$

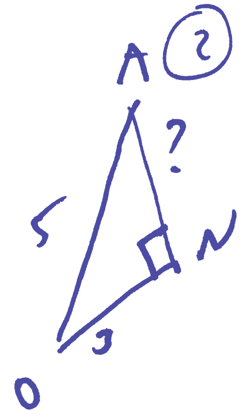
1. Trouve $\angle$COB

$\overline{OB} = 3cm$

$\overline{AM} = 2cm$

2. Trouve $\overline{AN}$





$\overline{MO} = \overline{ON} = \overline{OB} = 3$cm (rayons - cercle centre O)

$\angle NOA = 180 - 30 - 90 = 50°$ ($\angle$s $\Delta = 180°$)

1 $\angle COB = 180 - 50 - 60 = 80°$ (supplémentaires)

$AO = 3 + 2 = 5$ cm (AO = OM + AM)

ΔONA est Δ rect. ($\angle ONA = 90°$)

$3^2 + AN^2 = 5^2$ (Pythagore)

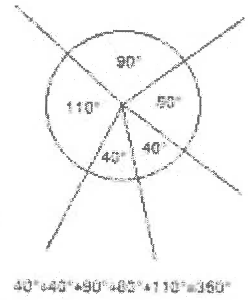
$9 + AN^2 = 25$

$-9 \qquad -9$

$AN^2 = 16$

2 $AN = 4$ cm

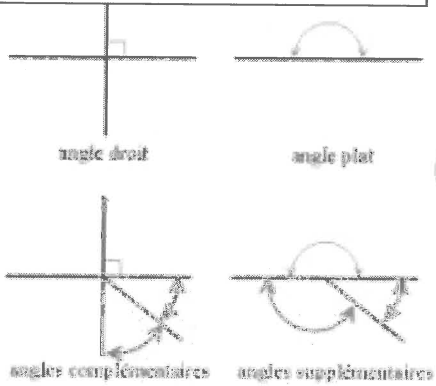
Géométrie 1 Pour ces questions, tu vas employer l'information suivante. Des **abréviations** sont dans les boîtes.



$\angle$ s d'un ◯

- 1 rotation d'un tour complète dans un cercle = 360°

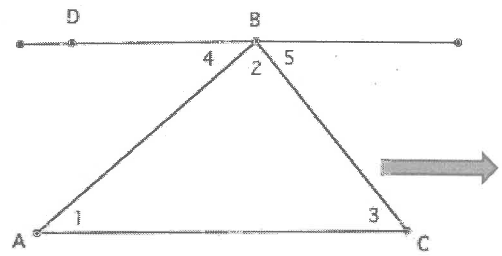
$\angle$ s suppl.; $\angle$ s compl.; $\angle$ s plat



-la **somme** de DEUX angles qui forment un angle droit est **90°** (ils sont **complémentaires**)

-la **somme** de DEUX angles qui forment un angle plat est **180°** (ils sont **supplémentaires**)

-la somme des 3+ angles qui forment **un angle plat** (ou une droite) est 180°



$\boxed{\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°}$

$\angle$ s de $\triangle$

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°

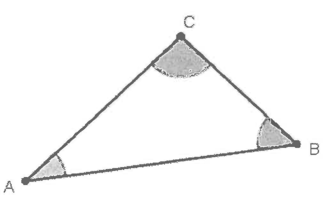
$\angle$ s de base $\triangle$ isoc. , def $\triangle$isoc.

→si un triangle a deux côtés congrus, c'est triangle isocèle
→Les angles de base d'un triangle isocèle sont égaux.
→Si les angles de base d'un triangle sont égaux, c'est un triangle isocèle et alors les deux côtés sont congrus.

$\triangle$ équil., def $\triangle$équil.

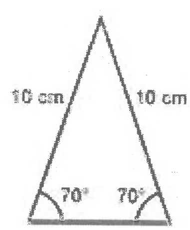
Les angles d'un triangle équilatéral ont une mesure de 60° et les trois côtés sont congrus.

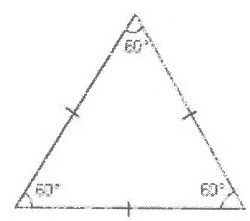
Si les 3 angles ont une mesure de 60° ou si les 3 côtés sont congrus alors c'est un triangle équilatéral.



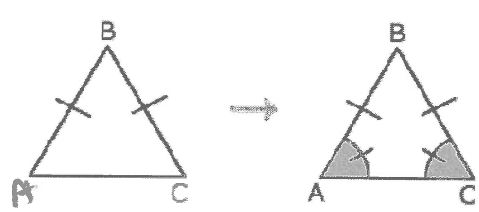
m∠A + m∠B + m∠C = 180

triangle isocèle

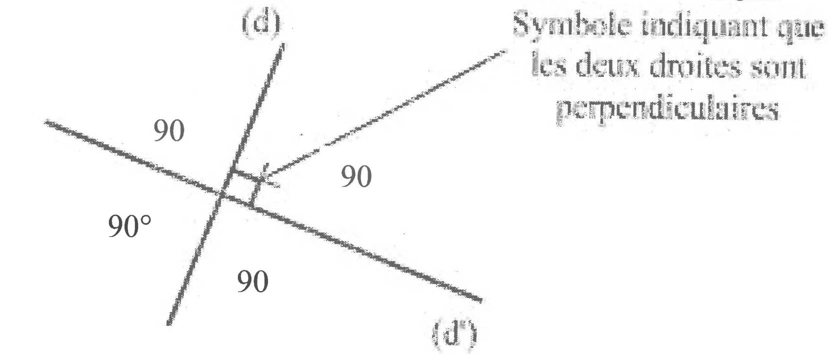




triangle équilatéral

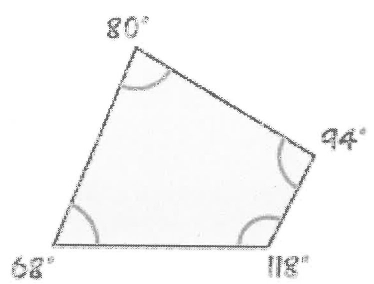


$\boxed{\text{def} \perp}$ Si deux droites sont <u>perpendiculaires</u> ($\perp$), alors les <u>angles</u> formés par ces droites ont un mesure de **90°**

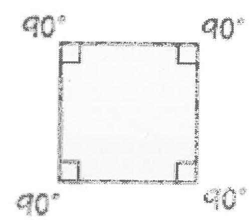


Pour indiquer que les droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note (d) $\perp$ (d')

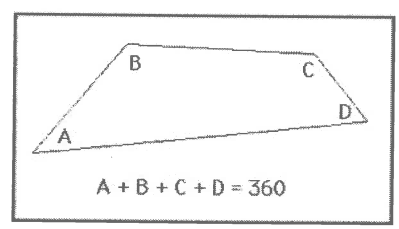
$\boxed{\angle \text{s quad}}$ La <u>somme</u> des angles d'un <u>quadrilatère</u> (figure de 4 côtés) est **360°**



68° + 118° + 94° + 80° = 360°



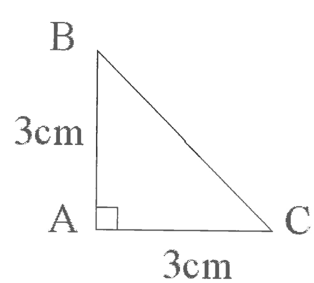
4 x 90° = 360°



- Si tu emploies l'information donné, la raison est « $\boxed{\text{donné}}$ »

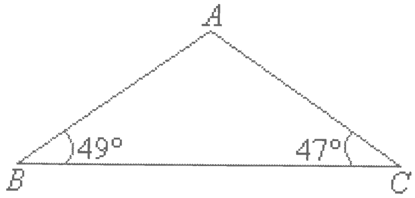
Exemple :

énoncé	raison
AB=AC= 3 cm	donné
Δ ABC isocèle	def isoc.
∠ABC=∠CAB= x	∠base Δisoc.
BA ⊥ AC	donné
∠BAC = 90°	def ⊥
X + x + 90 = 180	∠s de Δ
∠ABC=∠CAB =45	algèbre



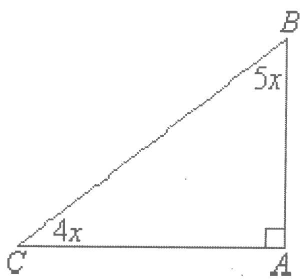
Exemples

1. Trouve la mesure de $\angle$BAC



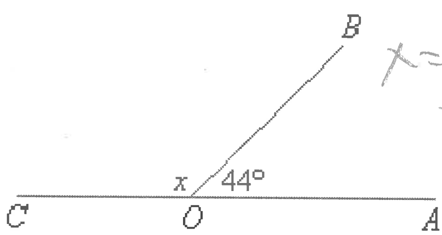
$\angle BAC = 180° - 49° - 47° = 84°$
$(\angle s \text{ de } \Delta)$

2. Trouve la valeur de x.



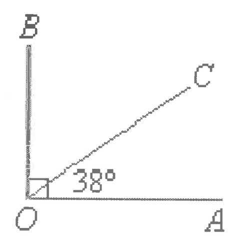
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ $(\angle s \text{ du } \Delta)$
$4x + 5x + 90 = 180$
$9x + 90 = 180$
$\quad -90 \; -90$
$\frac{9x}{9} = \frac{90}{9}$
$x = 10$

3. Trouve la valeur de l'angle noté avec un x.



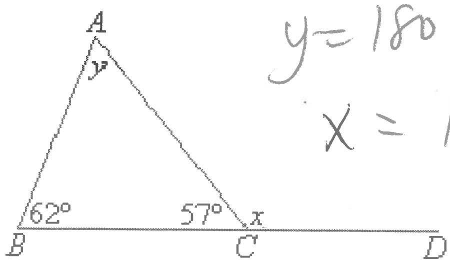
$x = 180 - 44$
$= 136°$
(suppl.)

4. Trouve la valeur de $\angle$COB



$\angle COB = 90 - 38 = 52°$
(compl.)

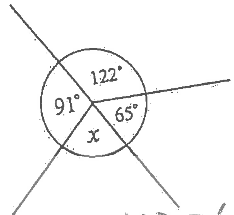
5. Trouve la valeur des angles notés avec une lettre.



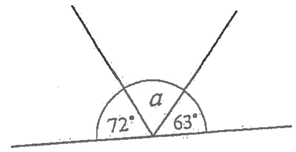
$y = 180 - 62 - 57 = 61°$ $(\angle s\ \Delta)$
$x = 180 - 57 = 123°$ (suppl.)

Nom________________________Per_____

1. Trouve la valeur des angles notés avec une lettre. Montre le travail avec la raison abrégée aux parenthèses

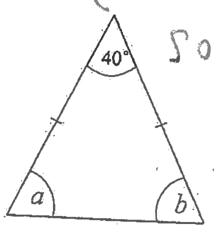


$x = 360 - 91 - 122 - 65$ ($\angle O = 360°$)
$x = 82°$



$a = 180 - 72 - 63 = 45°$
(suppl.)

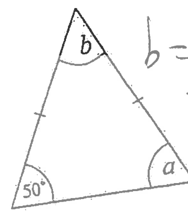
$\angle a = \angle b$ ($\angle s$ Δ isocèle)



soit $x = \angle a = \angle b$ ($\angle s$ Δ)
$x + x + 40 = 180°$
$2x + 40 = 180$
$-40 \quad -40$
$\frac{2x}{2} = \frac{140}{2}$
$x = 70°$

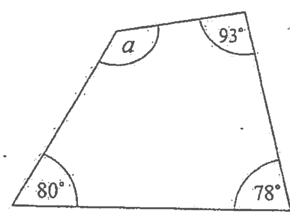
$\angle a = \angle b = 70°$

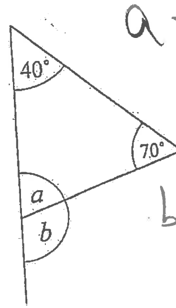
$a = 50$ ($\angle s$ Δ isocèle)



$b = 180 - 50 - 50$
$= 180°$
($\angle s$ Δ)

$a = 360 - 93 - 80 - 78$
$= 109°$
($\angle s$ quad $= 360$)

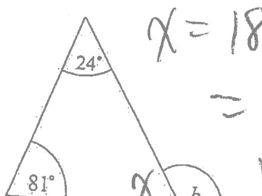




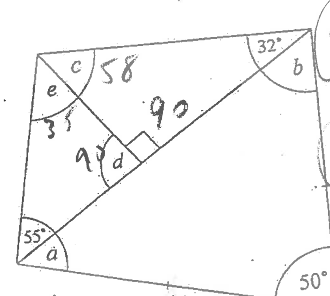
$a = 180 - 40 - 70$
$= 70°$
($\angle s$ Δ)

$b = 180 - 70 = 110°$
(suppl.)

$x = 180 - 24 - 81$
$= 75°$ ($\angle s$ Δ)



$b = 180 - 75$
$= 105°$
(supp.)



c $= 180 - 32 - 90$
$= 58°$ ($\angle s$ Δ)

d $= 180 - 90$
$= 90$
(suppl.)

e $= 180 - 90 - 55$
$= 35$
($\angle s$ Δ)

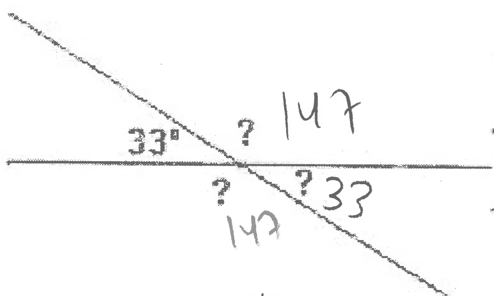
$\angle a = \angle b = x$ ($\angle s$ Δ isoc.)
$50 + x + x = 180$ ($\angle s$ Δ)
$50 + 2x = 180$
$-50 \quad -50$
$\frac{2x}{2} = \frac{130}{2}$
$x = 65 = a = b$

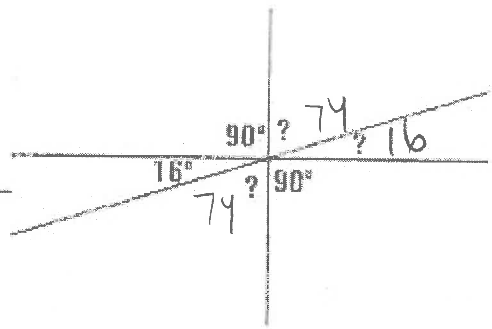
Révision des concepts de Géométrie

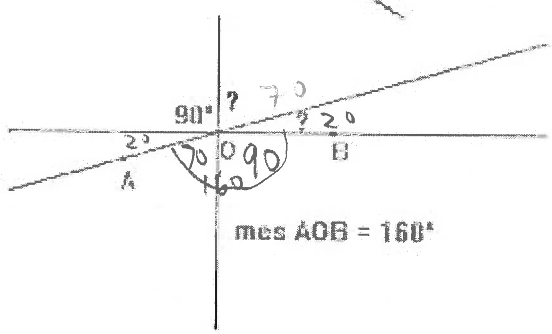
Essaie de répondre aux suivantes en rappelant ce que tu sais au sujet des angles, des triangles, des cercles, des quadrilatères, des lignes droites. Tu peux aussi employer le livret de définitions et vocabulaire.

1. (indice : **les angles opposés par le sommet** ont la même mesure; deux angles « complémentaires » ont une somme de 90° ; deux angles qui forment une ligne droite sont « supplémentaires » et leur somme est 180°; la somme des tous les angles au centre d'un cercle est 360°)

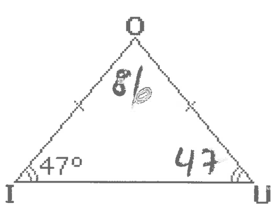
Calcule la mesure des angles codés par un « ? »







2. Le triangle OIU est isocèle. L'angle $\hat{I}$ mesure 47°. Calculer $\angle$U et $\angle$O.

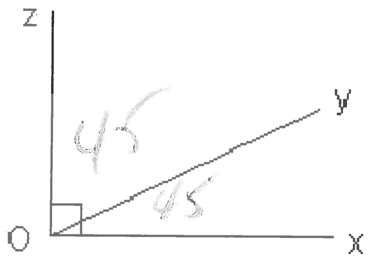


$\angle I = \angle U = 47°$ (LS Δ isoc.)

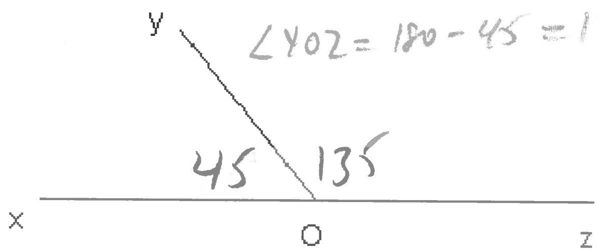
$\angle O = 180 - 47 - 47 = 86°$

(Indice : un triangle avec 2 côtés égaux est isocèle. Les angles de base d'un triangle isocèle sont de même mesure. **La somme des angles d'un triangle** est 180°).

3a) ∠XOY est 45°. Quelle est la mesure de ∠YOZ? (Indice : la somme des 2 angles **complémentaires** (formées par un angle de 90°) ont une somme de 90°)



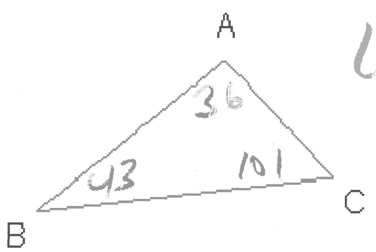
$\angle YOZ = 90 - 45 = 45^\circ$
(∠ complémentaires)



$\angle YOZ = 180 - 45 = 135$ (∠ suppl.)

3b) ∠XOY est 45°. Quelle est la mesure de ∠YOZ? (Indice : deux angles qui forment une ligne droite sont « **supplémentaires** » et leur somme est 180°;

3c) ∠ A est 36° et ∠B est 43°. Quelle est la mesure de ∠C? (Indice : **La somme des angles d'un triangle** est 180°).



$\angle C = 180 - 36 - 43$
$= 101^\circ$ (∠s Δ)

3d) AB=AC et ∠ A = 42°. Quelle est la mesure de ∠B et ∠C? (Indice : un triangle avec 2 côtés égaux est isocèle. Les angles de base d'un triangle isocèle sont de même mesure.)

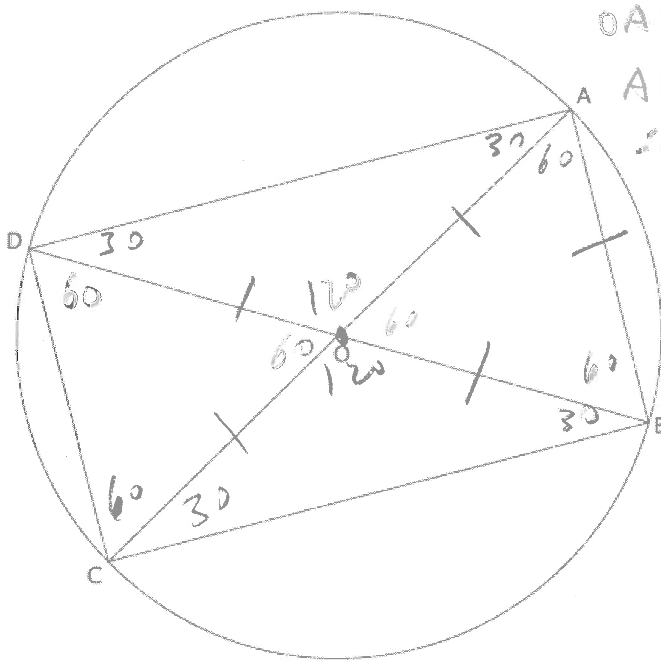
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (∠s Δ)
$42 + x + x = 180$ (∠s Δ isoc.)
$42 + 2x = 180$
$-42 \qquad -42$
$\frac{2x}{2} = \frac{138}{2}$
$x = 69$

$\therefore \angle B = \angle C = 69^\circ$

4. (indices : **les angles opposés par le sommet** ont la même mesure; chaque **rayon** d'un cercle a la même longueur; **les angles de base d'un triangle isocèle** (2 côtés égales) ont la même mesure; si AB= OB et OB=OA, ça indique que AB = OA et alors c'est un **triangle équilatérale** (3 côtés égales); les angles d'un triangle équilatérale ont une mesure de 60°; **la somme des 3 angles d'un triangle** est 180°)

défi

En sachant que O est le centre du cercle et que AB = OB, calcule tous les angles de la figure ci-dessous.



$OA = OB = OC = OD$ (rayons)

$AB = OB$ (donné)

$\therefore AB = OB = OA = OC = OD$

($AB = OB$; $OB = OA$ etc)

$\therefore \Delta ABO$ est Δ équil.

($AB = AO = OB$)

$\therefore \angle OAB = \angle ABO = \angle BOA$

(Δ équil.)

$\therefore \angle AOB = \angle DOC$ ($\angle$s opp.)

$\therefore \angle DOA = 180 - 60 = 120$

(supp)

$\therefore \angle COB = \angle DOA = 120$ ($\angle$s opp)

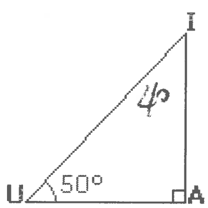
$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 30$

($\angle$s Δ isoc ; $\angle$s Δ)

du même façon, $\angle DOA = \angle DAO = 30$

et $\angle ODC = \angle DCO = 60$

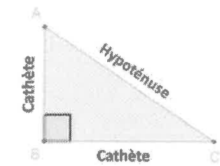
5. Le triangle IAU est rectangle en A. $\angle U = 50°$. Calculer $\angle I$
(Indice: “triangle rectangle” veut dire que la mesure d’un angle est 90°. La somme des angles d’un triangles est 180 °)



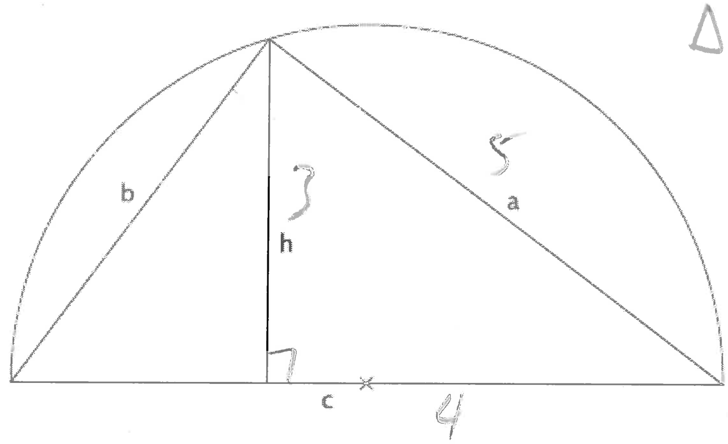
$\angle I = 180 - 90 - 50 = 40°$

($\angle$s Δ)

5a. (indice : <u>théorème Pythagore</u> : **cathète² + cathète² = hypothénuse²; l'hypoténuse** est toujours le côté opposé l'angle droit)



Calcule h sachant que a=5 et C = 4 et que $h \perp c$.



Δ hac est Δ rect. ($h \perp c$)

$h^2 + 4^2 = 5^2$ (Pythagore)

$h^2 + 16 = 25$

$-16 \quad -16$

$h^2 = 9$

$h = 3$

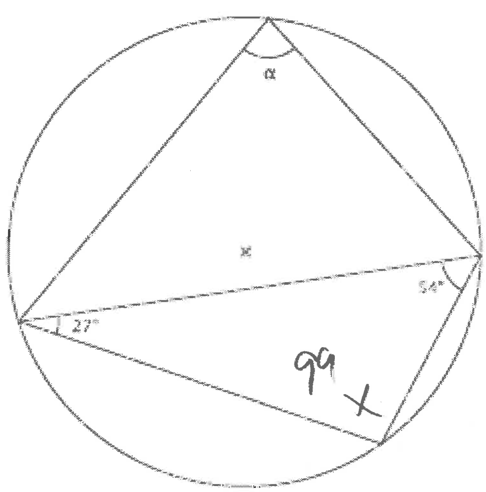
5b (indice : dans un **quadrilatère cyclique** (polygone à 4 côtés avec les 4 sommets sur le cercle), les angles opposés sont supplémentaires; **la somme des 3 angles d'un triangle** est 180°.

b) Détermine la valeur de α.

$\angle x = 180 - 27 - 54 = 99°$

$\alpha = 180 - 99 = 81°$

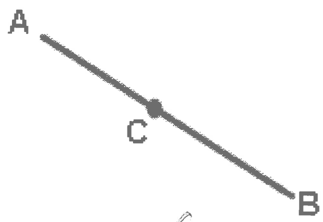
($\angle$s opp. quad. cycl.)



Réchauffement avant d'Écrire les Preuves avec Justification

Directives : Dans chacun des problèmes suivants, l'information DONNÉ te suivrais à tirer une CONCLUSION. En employant le diagramme et l'information DONNÉ, détermine quelle conclusion tu peux tirer dans chacun des cas. Sois certaine que tu peux JUSTIFIER ta conclusion avec une définition, une propriété, une connaissance géométrique.

1.

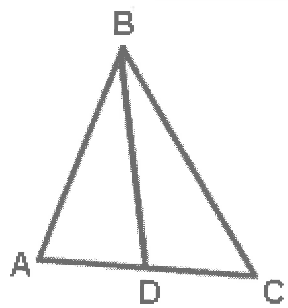


Donné: $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

Conclusion: C est le point milieu de $\overline{AB}$

Justification: (AC = CB)

2.

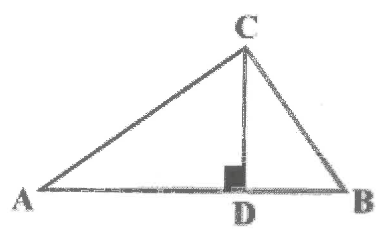


Donné: $\overline{BD}$ est une médiane (ou $\overline{BD}$ bissecte $\overline{AC}$ ou D est le point milieu de $\overline{AC}$)

Conclusion: AD = DC

Justification : (D point milieu)

3.



Donné: $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

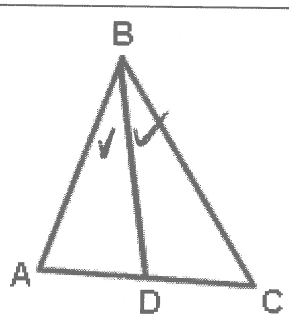
Conclusion 1: $\angle ADC = \angle CDB = 90°$ ($\angle$ droit)

Justification: ($CD \perp AB$)

Conclusion 2: ΔACD est ΔCDB sont Δ rect.

Justification $\angle ADC = 90°$

4.

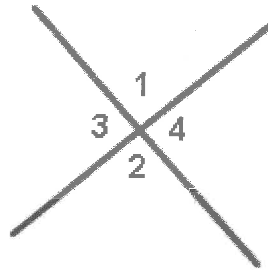


Donné: $\overline{BD}$ bissecte $\angle ABC$

Conclusion: $\angle ABD = \angle DBC$

Justification : (BD bissecte $\angle ABC$)

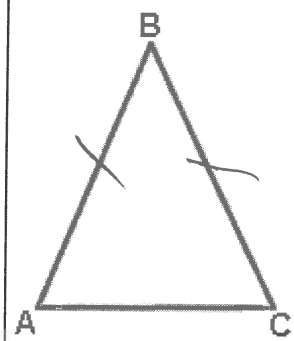
5.



Donné: 2 segments qui s'intersectent

Conclusions: $\angle 1 = \angle 2$ et $\angle 3 = \angle 4$

justification: $\angle$s opposés par le sommet



6.

Donné: ΔABC est isocèle (base AC)

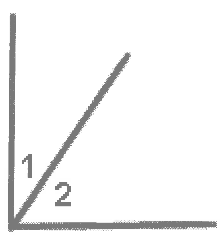
Conclusion 1: $AB = BC$

Justification: (Δ isocèle)

Conclusion 2: $\angle A = \angle C$

Justification (Δ isocèle)

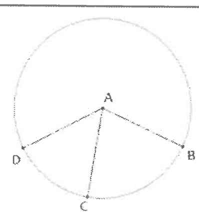
7.



Donné: <1 est complémentaire à <2

Conclusion: $\angle 1 + \angle 2 = 90°$

Justification: (complémentaires)

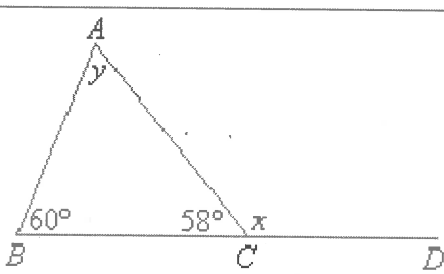


8. Donné: cercle centre A

Conclusion: $AD = AC = AB$

Justification (rayons)

9.



Donné: la mesure des deux angles

Conclusion 1 : $\angle y = 180 - 60 - 58 = 38°$

Justification : ($\angle$s Δ)

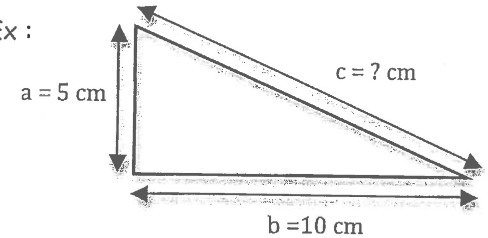
Conclusion 2 : $\angle x = 180 - 58 = 122°$

Justification : (suppl.)

Le théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypot~~h~~énuse est égale à la somme des carrés des 2 autres côtés. $a^2 + b^2 = c^2$

Ex :



L'hypot~~h~~énuse est le plus grand côté ou le côté en face de l'angle droit

Tu cherches la longueur de l'hypot~~h~~énuse c.

Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$

$c^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$

$c = \sqrt{125} = 11,2$ cm

hypoténuse

$a^2 + b^2 = c^2$

$5^2 + 10^2 = c^2$

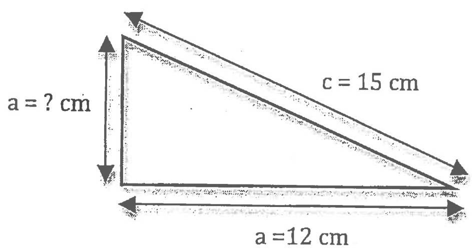
$25 + 100 = c^2$

$\sqrt{125} = \sqrt{c^2}$

$\sqrt{125} = c$

$c = \sqrt{125} \approx 11,2$ cm.

racine carré de chaque côté



Tu cherches la longueur du côté a.

Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = c^2 - b^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$

$a = \sqrt{81} = 9$ cm

$a^2 + b^2 = c^2$ hypoténuse

$a^2 + 12^2 = 15^2$

$a^2 + 144 = 225$

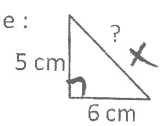
$-144 \quad -144$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{81}$

$a = 9$ cm.

Exercices : Fais les exercices suivants sur une feuille.

($\sqrt{61}$ cm $= 7,8$ cm) 1. Calcule le côté qui manque :



$5^2 + 6^2 = x^2$

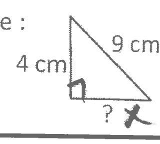
$25 + 36 = x^2$

$\sqrt{61} = \sqrt{x^2}$

$\sqrt{61} = x$

$x \approx 7,8$ cm.

($\sqrt{65}$ cm $= 8,0$ cm) 2. Calcule le côté qui manque :



$4^2 + x^2 = 9^2$

$16 + x^2 = 81$

$-16 \quad -16$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{65}$

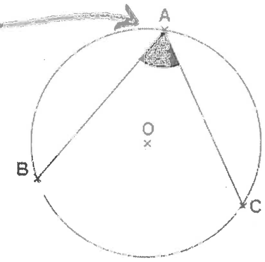
$x = \sqrt{65} \approx 8,0$ cm

10.1 Angles Inscrits, Angles au Centre p. 378

•Définition : angle inscrit

- Dans un cercle, <u>**UN ANGLE INSCRIT**</u> est un angle dont <u>**LE SOMMET**</u> est sur le cercle et dont <u>**LES CÔTÉS** coupent le cercle.</u>

le sommet sur le cercle



Exemple :

(l'angle est formé par 2 cordes avec un point commun sur le cercle)

sommet

On dit que $\angle BAC$ <u>**intercepte**</u> **(ou sous-tend)** l'arc $\overset{\frown}{BC}$

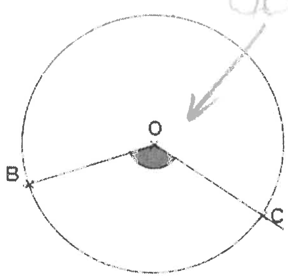
arc $\overset{\frown}{BC}$

•Définition : angle au centre

Dans un cercle, <u>**UN ANGLE AU CENTRE**</u> est un angle dont le **sommet est** <u>**le centre**</u> du cercle.

Exemple :

le sommet sur le centre



sommet

On dit que $\angle BOC$ <u>**intercepte**</u> **(ou sous-tend)** l'arc $\overset{\frown}{BC}$.

arc $\overset{\frown}{BC}$

⇨ Propriété 1: <u>**angle inscrit et angle au centre**</u>

Dans un cercle, si *un angle inscrit* et *un angle au centre* interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle l'inscrit est <u>**LA MOITIÉ**</u> de celle de l'angle au centre.

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$$

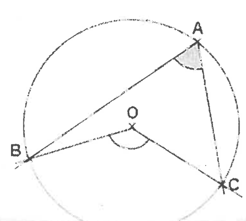
<u>on sait que</u> :

l' angle inscrit $\angle BAC$ et

l'angle au centre $\angle BOC$

<u>interceptent (sous-tendent)</u>

<u>le même arc</u> $\overset{\frown}{BC}$



Dans un cercle, si *un angle inscrit* et *un angle au centre* <u>interceptent le même arc</u>, **alors**, alors la mesure de l'angle au centre est <u>**LE DOUBLE**</u> de celle de l'angle au l'inscrit.

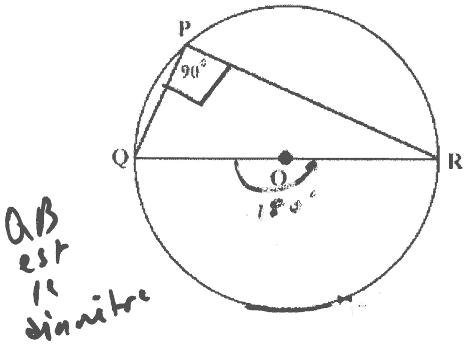
<u>*exemple*</u>

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

Exemple: si l'angle inscrit = 30°, alors l'angle au centre = 60° (s'ils interceptent le même arc

⇨ Proprieté 2: Cas special: **Angle Inscrit qui sous-tend un demi-cercle/un diamètre (qui sous-tend un angle au centre PLAT de mesure 180°)**

→ L'ANGLE INSCRIT DANS UN DEMI-CERCLE EST UN ANGLE DROIT. ←



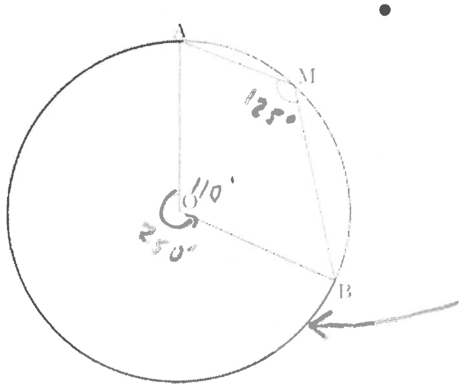
- L'angle inscrit qui mesure 90° est sous-tendu par un demi-cercle/un diamètre. (il intercepte le diam)
- L'angle au centre $\angle QOR$ est **PLAT** (mesure 180°)
- Alors l'angle inscrit $\angle QPR = \frac{1}{2} \angle QOR = \frac{1}{2}(180°) = 90°$

- **Angle Inscrit d'un Angle au Centre** RENTRANT ← entre 180° et 360°

$\angle$ **RENTRANT** AOB est l'angle au centre

$\angle$ AMB est l'angle inscrit parce qu'il **SOUS-TEND L'ARC MAJEUR $\overset{\frown}{AB}$ (LE GRAND ARC)**

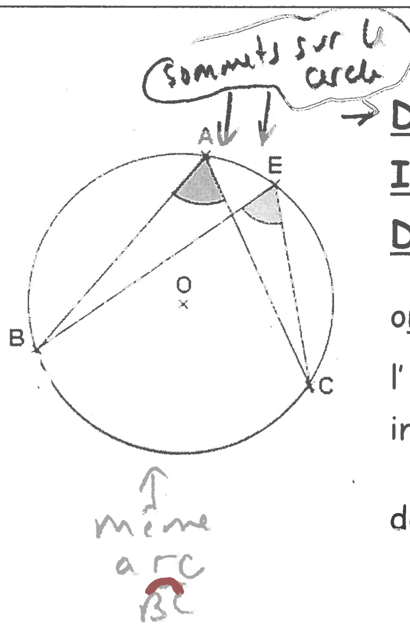
(**l'arc majeur** - le GRAND arc plus grand qu'un demi-cercle)



Exemple $\angle$ AOB = 110° ;
$\angle$ rentant AOB = 250°;
$\angle$ inscrit AMB = 125°

⇨ Propriété 3 : **angles inscrits**

→ **DANS UN CERCLE, SI DEUX ANGLES INSCRITS INTERCEPTENT LE MÊME ARC, ALORS ILS ONT DE LA MÊME MESURE.** ←

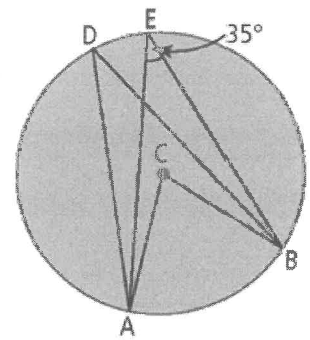


on sait que :

l' angle inscrit $\angle$ BAC et l'angle au centre $\angle$ BEC sont inscrits et interceptent (sous-tendent) le même arc $\overset{\frown}{BC}$

donc $\boxed{\angle BAC = \angle BEC}$ (sommet, sommet; $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{BC}$)

10.1 Les angles dans un cercle **exemple 1 p. 379**



Le point C est le centre du cercle, m∠AEB = 35°.

a) Quelle est la mesure de ∠ADB ? Justifie ta réponse.

b) Quelle est la mesure de ∠ACB ? Justifie ta réponse.

a) ∠ADB = ∠AEB = 35°

raison : ∠s inscrits = (sous-tendu par même arc)

b) $\angle ACB$ (∠ au centre) sous-tendu par même arc $\widehat{AB}$ que $\angle AEB$ (∠ inscrit)

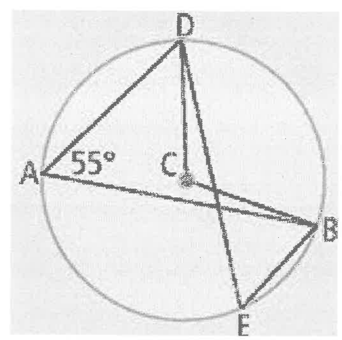
alors → ∴ ∠ACB = 2(35°) = 70°

raison : ∠ au centre = 2 ∠ inscrit

MCQTS p. 379

(55° et 110°)

Le point C est le centre du cercle. m∠DAB = 55°. Quelles sont les mesures des angles DEB et DCB ? Justifie tes réponses.



∠DAB = ∠DEB = 55° (∠s inscrits)

∠DCB = 2(55) = 110° (∠ au centre double ∠ inscrit)

10.1 exemple 2 p. 380

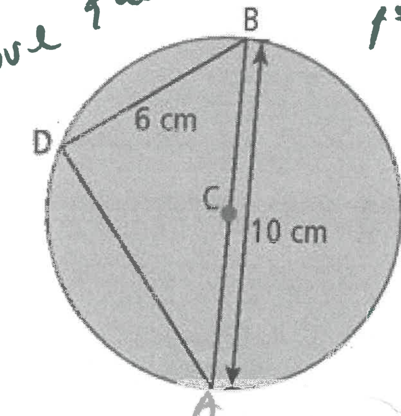
$\therefore$ $\angle ACB$ est $\angle$ au centre
$\therefore$ AB est diamètre

Prove que ΔABD is rectangle pour employer Pythagore.

Le point C est le centre du cercle.
Diamètre AB = 10 cm
Corde BD = 6 cm

a) Quelle est la mesure de $\angle ADB$? Explique ton raisonnement.

b) Quelle est la longueur de la corde AD ? Justifie ta réponse.



a) $\angle ADB = 90°$ (AB diamètre; $\angle$ centrale $ACB = 180°$;
$\angle ADB = \frac{1}{2}(180)$ – $\angle$ inscrit sous-tend le même arc [un demi-cercle])

b) ΔADB est Δ rectangle ($\angle ADB = 90°$)

obligatoire pour Pythagore

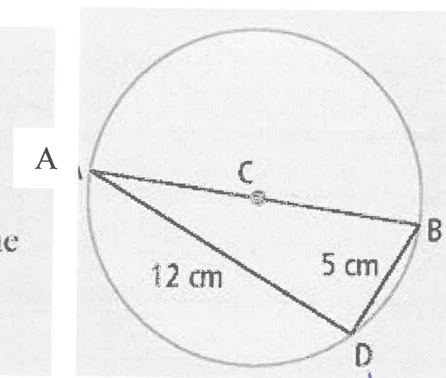
$6^2 + AD^2 = 10^2$ (Pythagore)
$36 + AD^2 = 100$
$-36 \qquad\quad -36$
$\sqrt{AD^2} = \sqrt{64}$ → $AD = 8$ cm

MCQTS p. 380 (a 90° b 13 cm)

Le point C est le centre du cercle.
AB est un diamètre.
Corde AD = 12 cm
Corde BD = 5 cm

a) Quelle est la mesure de $\angle ADB$? Explique ton raisonnement.

b) Quelle est la longueur du diamètre AB ?



a) $\angle ADB = 90°$ ($\angle$ inscrit sous-tend demi-cercle)

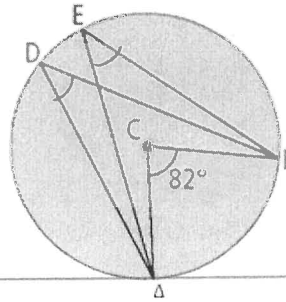
b) ΔABD est Δ rect. ($\angle ADB = 90°$)

obligatoire pour Pythagore

$5^2 + 12^2 = AB^2$ (Pythagore)
$25 + 144 = AB^2$
$169 = AB^2$
$13\text{ cm} = AB$

P. 383-384 manuel 10.1

3. Quelles sont les mesures de ∠ADB et ∠AEB ? Justifie tes réponses.



$\angle ADB = \angle AEB = \frac{1}{2}(\angle ACB)$

$= \frac{1}{2}(82)$

$= 41°$

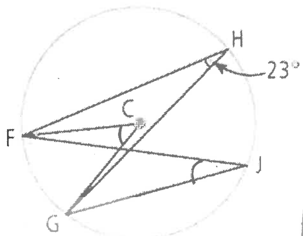
même arc { ∠ inscrit ½ ∠ au centre
{ ∠s inscrits =

4. a) Quelle est la mesure de ∠FJG ? Explique ton raisonnement. 23°

∠s inscrits même arc =

b) Quelle est la mesure de ∠FCG ? Justifie ta réponse.

$2(23) = 46°$ ∠ au centre double ∠ inscrit



a) $\angle ABD = 90°$

(∠ inscrit sous-tend diamètre)

b) ΔABD est Δ rect (∠B = 90°)

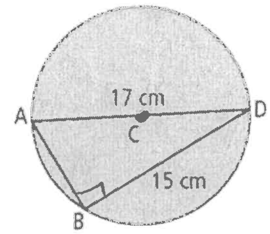
$15^2 + \overline{AB}^2 = 17^2$ (Pyth.)

$225 + \overline{AB}^2 = 289$
$-225 \qquad -225$

$\overline{AB}^2 = 64$

$AB = 8cm$

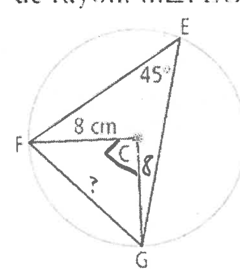
6. Le point C est le centre d'un cercle.
Diamètre AD = 17 cm
Corde BD = 15 cm



a) Quelle est la mesure de ∠ABD ? Explique ta réponse. 90°

b) Quelle est la longueur de la corde AB ? 8cm

7. Le point C est le centre d'un cercle de 8 cm de rayon. m∠FEG = 45°.



a) Quelle est la mesure de ∠FCG ? 90°

b) Quelle est la longueur de la corde FG ? Arrondis ta réponse au dixième de centimètre près. 11,3 cm

7) a)

$\angle FCG = 2(45°)$

$= 90°$

(∠ au centre double ∠ inscrit)

b) $FC = CG = 8cm$ (C est centre, rayons =)

ΔFCG est Δ rect (∠C = 90°)

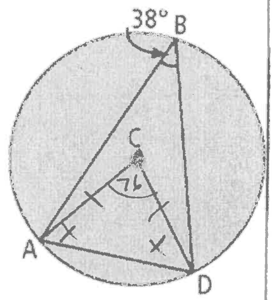
$8^2 + 8^2 = \overline{FG}^2$

$\sqrt{128} = \sqrt{\overline{FG}^2}$

$11,3137 = \overline{FG}$

$FG = 11,3cm$

10. Le point C est le centre du cercle et $\angle ABD$ est égal à 38°. Justifie tes réponses à ces questions.



a) Quelle est la mesure de $\angle ACD$? 76°

b) De quel type est le triangle ACD ? isocèle

c) Quelle est la mesure de $\angle CAD$? 52°

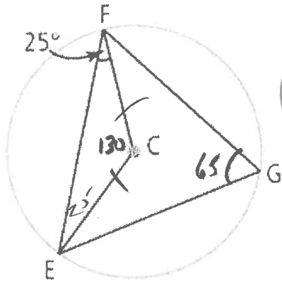
(10)

a) $\angle ACD = 2(38) = 76°$
(∠ au centre double ∠ inscrit)

b) $\overline{AC} = \overline{CD}$ (C est centre rayons =)
∴ ΔACD est Δ isoc.

c) $\angle CAD = \angle CDA$ (∠s base Δ isoc.)
$x + x + 76 = 180°$
$x = (180 - 76) \div 2 = 52°$
$\angle CAD = 52°$

11. Le point C est le centre du cercle et $m\angle CFE = 25°$. Justifie tes réponses à ces questions.



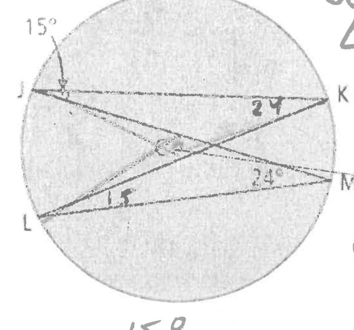
a) Quelle est la mesure de $\angle ECF$? 130°

b) Quelle est la mesure de $\angle EGF$?

(11) a) FC = CE (C centre ; rayons =)
ΔFCE = Δ isoc. (FC = CE)
$\angle CFE = \angle CEF = 25°$ (∠s Δ isoc.)
$\angle ECF = 180 - 25 - 25 = 130°$

b) $\angle EGF = 65°$
(∠ inscr. ½ ∠ au centre)

12. Soit $m\angle KJM = 15°$ et $m\angle JML = 24°$. C est le centre du cercle. Quelle est la mesure de ces angles ?



a) b)
∠s inscrits même arc =

c) d)
∠ au centre double ∠ inscrit

a) $\angle KLM$ 15°

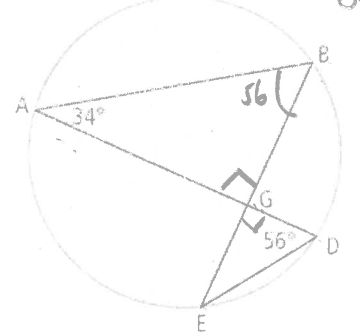
b) $\angle JKL$ 24°

c) $\angle JCL$ 48°
tracé JC et CL

d) $\angle KCM$ 30°
tracé KC et CM

13. Dans cette figure, $m\angle BAD = 34°$ et $m\angle ADE = 56°$.

on ne sait pas le centre



a) Quelle est la mesure de $\angle ABE$? 56°

b) Quelle est la mesure de $\angle AGB$? 90°

c) Quel est le type du triangle ABG ? Δ rect.

d) Quelle est la mesure de $\angle DGE$? 90°

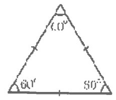
(13) a) ∠s inscrits même arc =
$\angle ADE = \angle ABE = 56°$

b) $\angle AGB = 180 - 34 - 56 = 90°$
* → Somme ∠s Δ = 180°

c) triangle rectangle
($\angle AGB = 90°$)

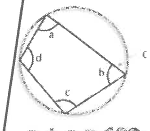
d) $\angle DGE = \angle AGB = 90°$
* (∠s opposés par le sommet)

15a) indice: la somme des angles supplémentaires est 180°



15b) indice: un triangle équilatéral a 3 côtés égaux et 3 angles = 60°

15d) quadrilatère cyclique –tous les sommets sur le cercle; angles opposés supplémentaires

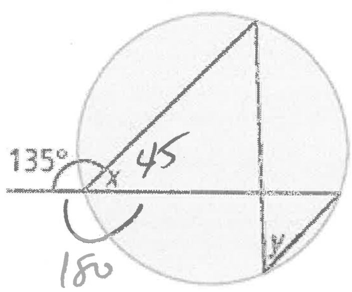


a + c = 180

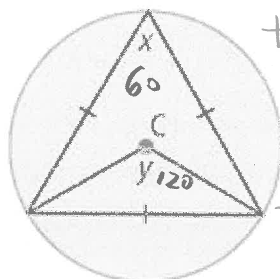
b + d = 180

15. Trouve la mesure des angles inconnus x et y dans ces figures. Le point C est le centre du cercle.

a)

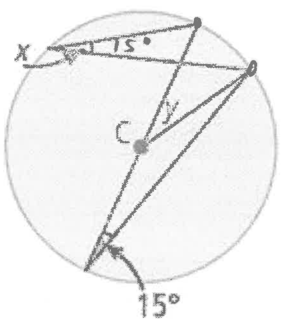


b)

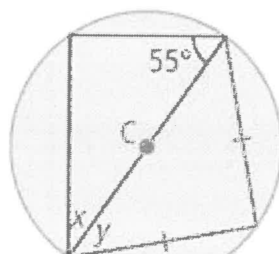


triangle équil. (tous côtés = tous ∠ = 60°)

c)



d)



quadrilatère cyclique (tous sommets sur le cercle) ∠s opposés supplémentaires

15a) $x = 180 - 135 = 45°$ (∠s supplémentaires somme 180°)

$x = y = 45°$ (∠s inscrits même arc =)

b) $x = 60°$ (Δ équil. ∠s = 60°) ↖*

$y = 2(60) = 120°$ (∠ au centre double ∠ inscrit)

c) $x = 15°$ (∠s inscrit même arc =)

$y = 2(15)° = 30°$ (∠ au centre double ∠ inscrit)

d) ∠ = 90° (inscrit sous-tend diamètre)

Δ isocèle (2 côtés =)

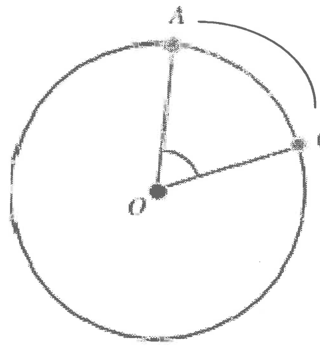
$y = 45°$ (2 ∠s = / somme ∠ Δ 180°)

∠ opposé = 90° (quad. cycl. ∠s opposés suppl.)

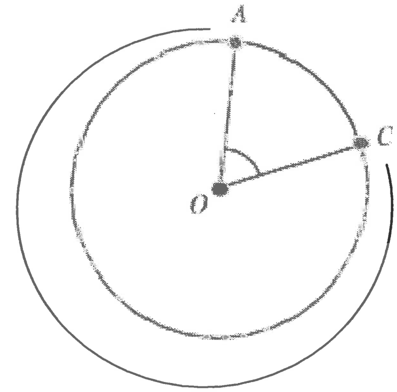
∠$x = 180 - 90 - 55 = 35°$ (∠s Δ 180°)

10.1 p. 381 exemple 3

Arc mineur – plus petit qu'un demi-cercle

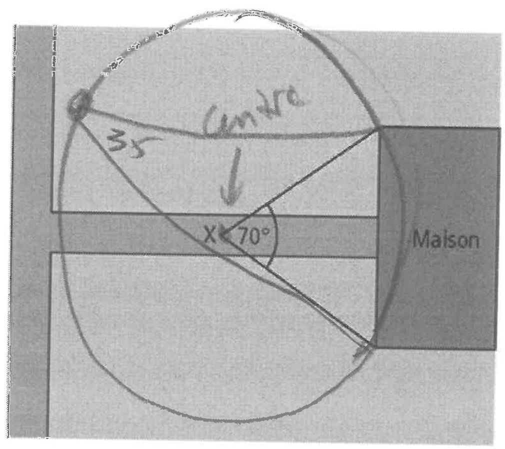


Arc majeur – plus grand qu'un demi-cercle



Exemple 3 : Utiliser des angles au centre et des angles inscrits pour résoudre des problèmes

Julien est un courtier en immeubles. Pour son travail, il photographie des maisons en vente. Il y a deux mois, il a photographié une maison avec un appareil muni d'un objectif donnant un champ de vision de 70°. Aujourd'hui, il veut rephotographier cette maison, mais il a oublié son premier objectif. Le seul objectif qu'il a lui procure un champ de vision de 35°.



À quels endroits peut-il se placer pour photographier la maison dans sa totalité ? Pourquoi as-tu choisi ces endroits ?

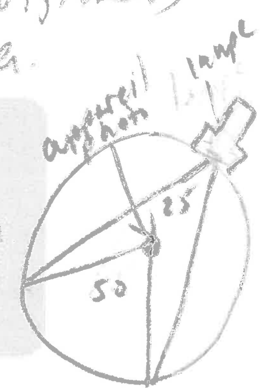
70° = ∠ au centre

70 ÷ 2 = 35° → ∠ inscrit

Il peut le mettre n'importe où à l'arc majeur du cercle créé avec X (sa place originale) comme centre du cercle.

Montre ce que tu sais

L'angle du faisceau d'une lampe de poche mesure 25° et le champ de vision qu'offre la lentille d'un appareil photo est de 50°. De quelle façon peux-tu placer l'appareil photo et la lampe de poche pour que l'appareil photo couvre toute l'aire illuminée par la lampe de poche ?

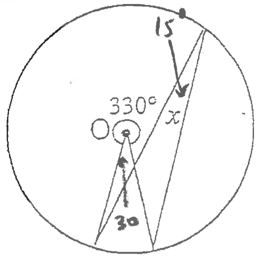


10.1

Les angles dans un cercle

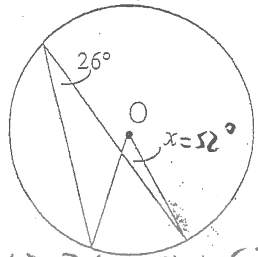
1. Le centre de chaque cercle est O. Trouver la mesure de x, en degrés. Expliquer votre raisonnement.

a)



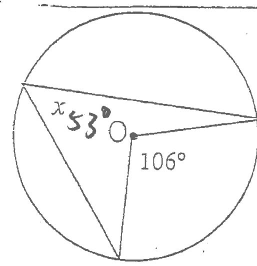
∠ au centre $360 - 330 = 30°$
$x = \frac{1}{2}(30)$
$= 15°$
(∠ inscrit ½ ∠ au centre)

b)



$x = 2(26) = 52$
(double ∠ inscrit)

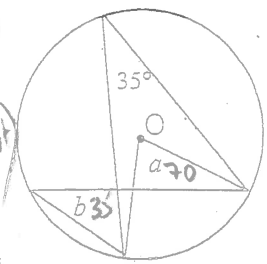
c)



$x = \frac{1}{2}(106)$
$= 53°$
(∠ inscrit ½ ∠ au centre)

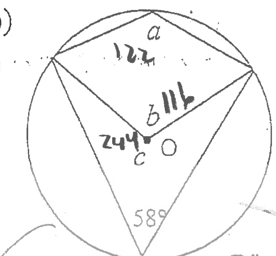
2. Trouver la mesure des angles inconnus.

a)



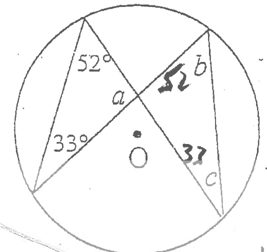
∠b = 35° (deux ∠ inscrit =)
∠a = 70° (double ∠ inscrit)

b)



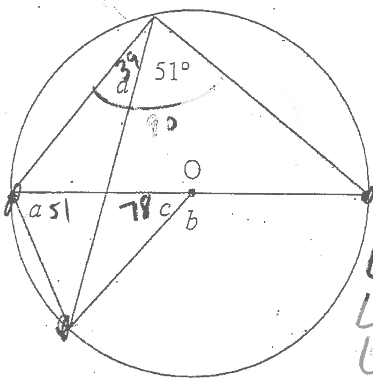
$a = 180 - 122 = 58°$
(∠s opp. □ cyclique supp)
$b = 2(58) = 116$
(double ∠ inscrit)
$c = 360 - 116 = 244$
(rotation = 360° ou ∠ au centre pour a)
(c→∠ rentrant)

c)



$a = 180 - 33 - 52 = 95°$
(∠s Δ)
b = 52 (∠s inscrit =)
c = 33 (∠s inscrit =)

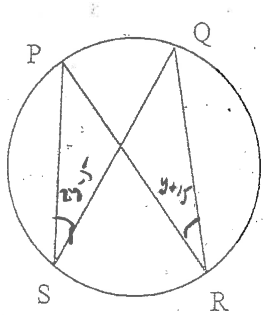
3. Trouver la mesure des angles inconnus.



∠a = 51° (∠ inscrit =)
∠d = 90 − 51 = 39° (∠ inscrit sous tendu par demi-cercle; ∠s complémentaires)
∠c = 2(39) = 78 (double ∠ inscrit)
∠b = 180 − 78 = 102° (∠s supp.)

DÉFI!

5. Trouver $\angle PSQ$ si $\angle PSQ = 2y - 5$ et $\angle PRQ = y + 15$.



∠PSQ = ∠PRQ (∠s inscrit =)
$2y - 5 = y + 15$ (substitution)
$+5 \qquad +5$
$2y = y + 20$
$-y \qquad -y$
$y = 20$

∠PSQ = 2y − 5
= 2(20) − 5
= 35

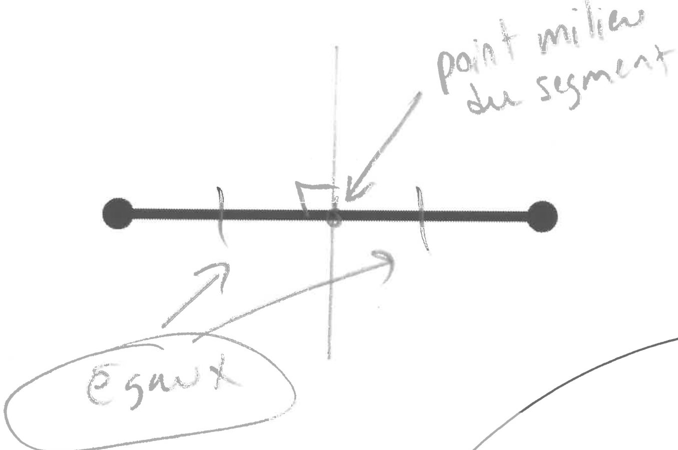
∠PRQ = y + 15
= 20 + 15
= 35

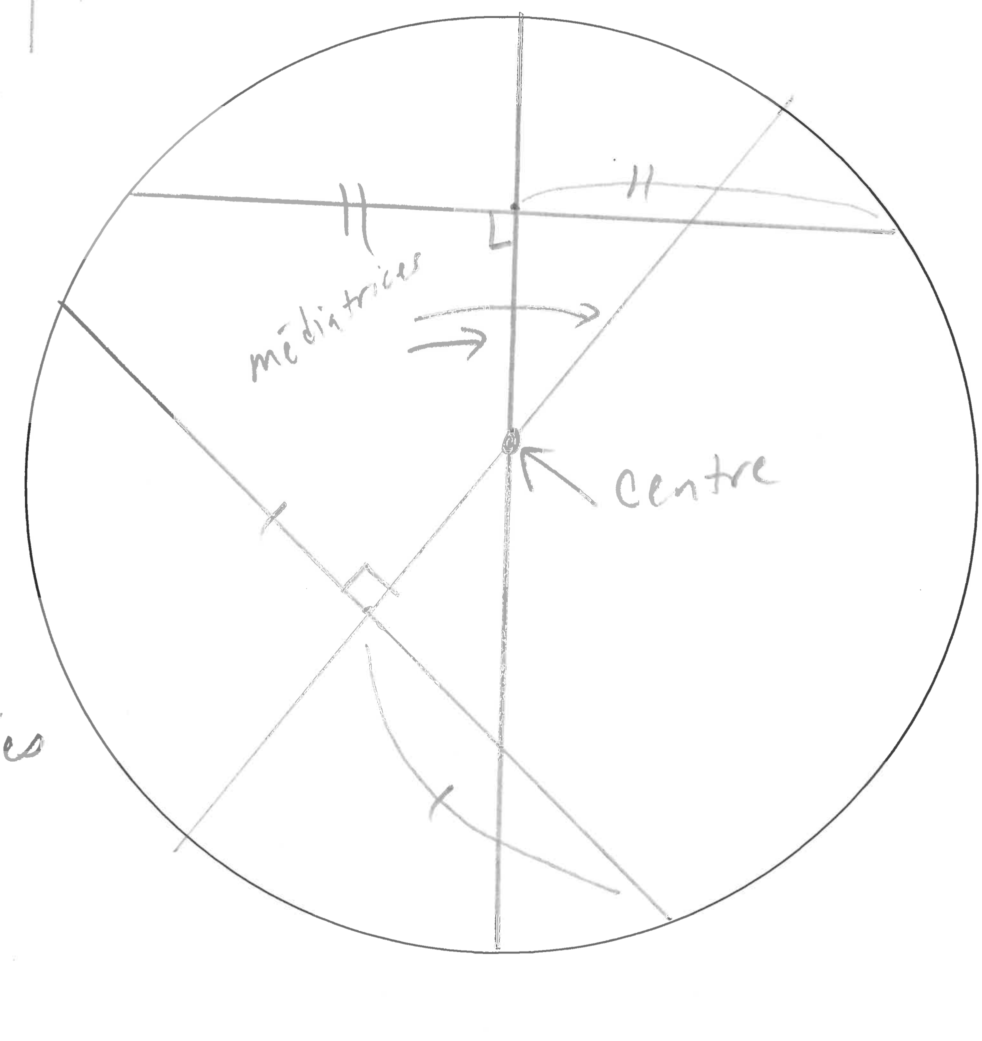
10.2 Explorer les cordes d'un cercle

Emploie le cercle suivant. Suit les étapes #1 à 3 p. 386 :

(Note la définition de médiatrice à gauche sur la page.)

Copie la définition de médiatrice et trace l'image (p. 386) : une médiatrice coupe un segment en son MILIEU et lui est PERPENDICULAIRE





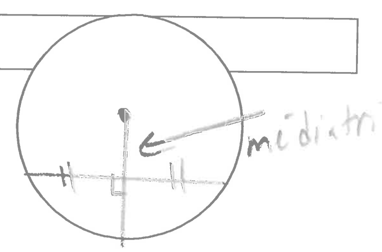
*
les cordes doivent être non parallèles

Conclusion : Les médiatrices **de 2** cordes **(non-parallèles) se coupent** au centre **du cercle.**

p. 388 concepts clés – Médiatrices

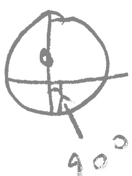
- Une **médiatrice** coupe un segment en Son milieu ET lui est perpendiculaire (p. 386)
- La **médiatrice d'une corde** passe par le centre du cercle. *(C'est possible que c'est un* rayon *ou un* diamètre*.)*
- Les médiatrices de DEUX cordes (non-parallèles) se coupent au centre du cercle.

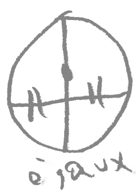
≅ - *symbole pour « **congruent** » - deux segments avec la même mesure sont congruents.*

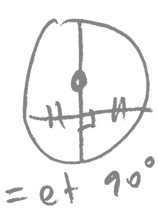


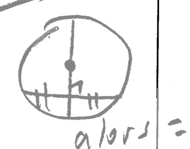
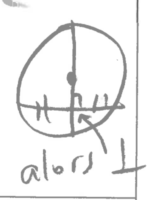
Il y a **3 parties de la médiatrice d'un corde dans un cercle –**
si 2 parties sont présentes.. alors on peut conclure la 3^e partie :
1. Rayon ou diamètre ou droite **passe par le centre**);
2. Droite **bissecte** la corde (divise en 2 parties égales);
3. Droite est **perpendiculaire** à la corde.

PROPRIETÉS - MÉDIATRICE



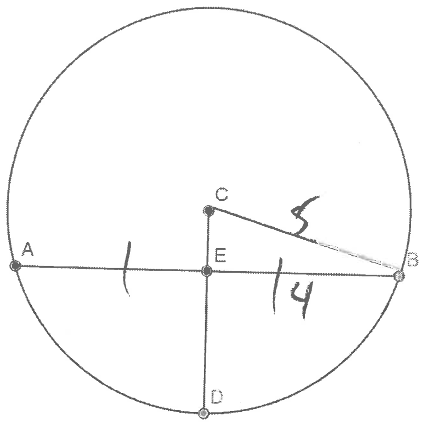




SI. une droite...	(conclusion)	ALORS la droite
1. passe par le centre du cercle **ET** 2. est perpendiculaire à une corde...		divise la corde en 2 parties égales 
1. passe par le centre du cercle **ET** 2. divise la corde en 2 parties égales...		est perpendiculaire à la corde 
1. divise une corde en 2 parties égales **ET** 2. est perpendiculaire à la corde...		passe par le centre (diamètre) 

10.2 p. 386 Les Médiatrices et les Propriétés des Cordes

Congruent



Donné :

passe par le centre

- **rayon ① CD divise corde AB en 2 parties ② ≅**
- **Corde AB = 8 cm**
- **Rayon = 5 cm**

Quelle est la longueur du segment de droite $\overline{CE}$? Justifie ta réponse.

CD ⊥ AB (passe par centre (rayon) ① et bissecte corde) ②

$AE = EB = 4cm$ ($AB = 8cm$ 2 parties ≅)

trace rayon $CB = 5cm$ (= 5cm donné)

ΔEBC est Δ rect. (CD ⊥ AB)

$4^2 + \overline{CE}^2 = 5^2$ (pythagore)

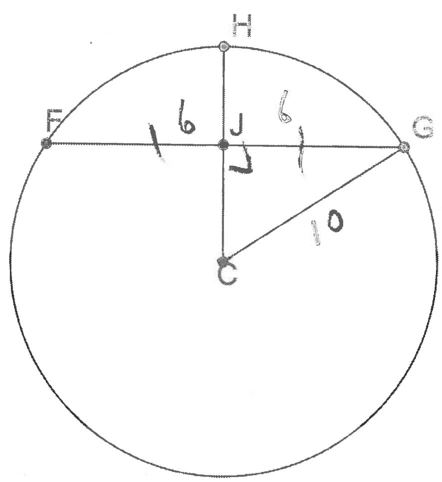
$16 + \overline{CE}^2 = 25$

$-16 \qquad -16$

$\overline{CE}^2 = 9$

$CE = 3cm.$

MCQTS p. 387 (8 cm)



Le rayon CH divise la corde FG en deux parties égales. La corde FG mesure 12 cm. Le rayon du cercle est égal à 10 cm.

Quelle est la longueur de $\overline{JC}$?

HC ⊥ FG (bissecte FG, rayon)

ΔCJG Δrect (HC ⊥ FG)

$\overline{FJ} = \overline{JG} = 6cm$ (CH bissecte)

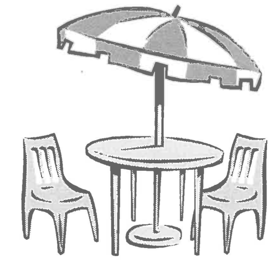
$CG = 10cm$ (donné)

$6^2 + JC^2 = 10^2$ (Pyth.)

$36 + JC^2 = 100$

$JC^2 = 64$

$JC = 8 cm$



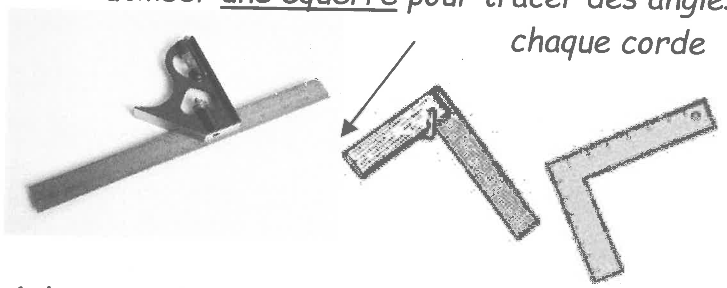
exemple 2 p. 388

Louise veut percer un trou au centre d'une table circulaire pour installer un parasol. Utilise un schéma pour expliquer comment elle peut trouver le centre du cercle.

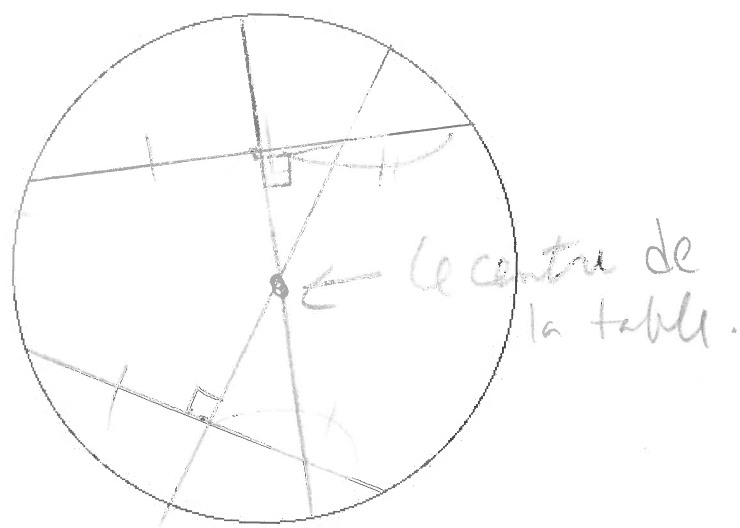
Les médiatrices de cordes se coupent (intersectent) au centre de cercle.

alors :

1. *trace 2 cordes* (non-parallèles)
2. *trouve le milieu de chaque corde*
3. *utiliser une équerre pour tracer des angles droits qui passent par le milieu de chaque corde*



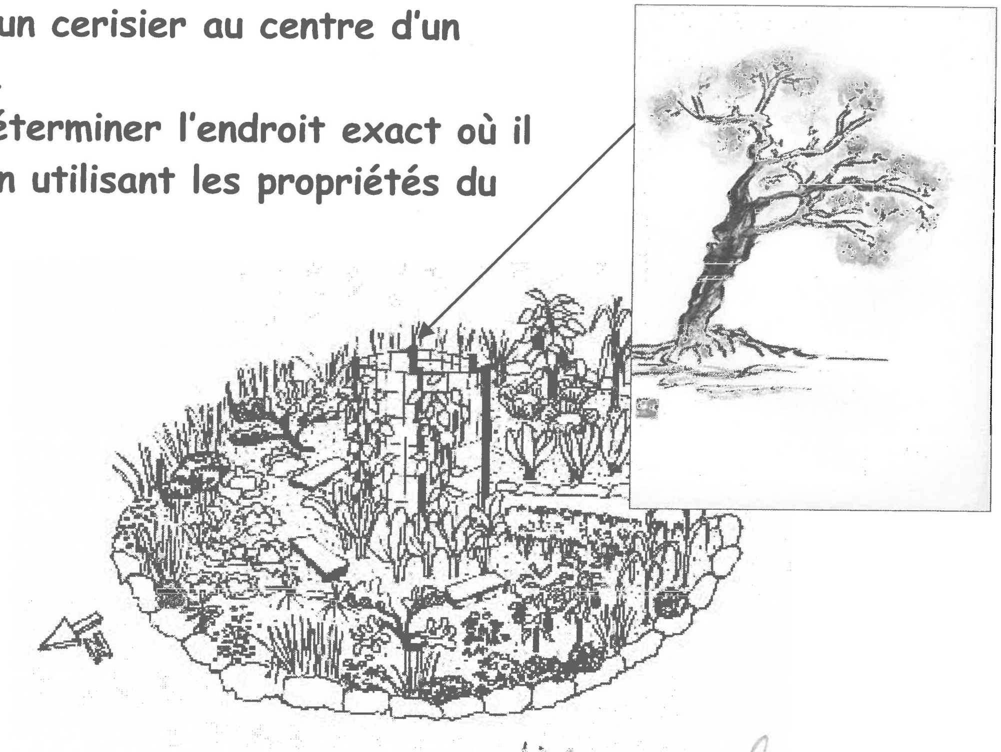
4. *le point d'intersection des 2 médiatrices est le centre de la table circulaire*



MCQTS p. 388

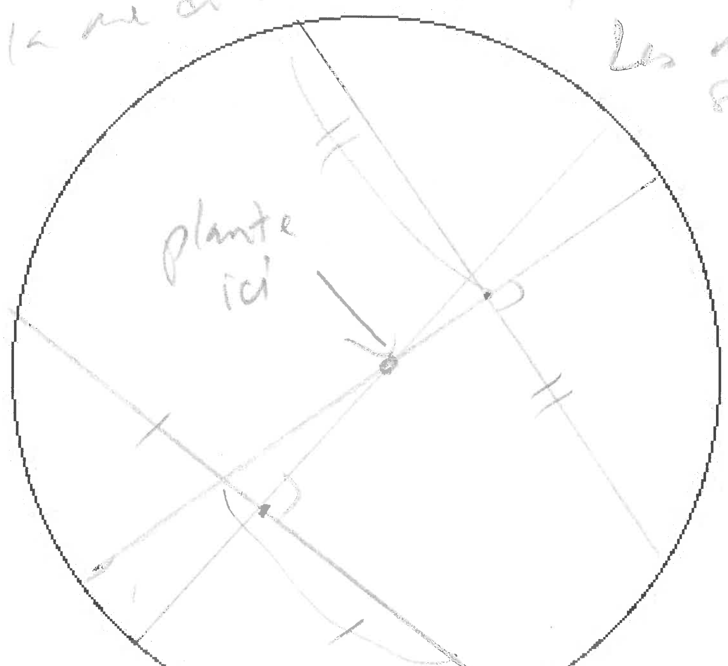
Marc veut planter un cerisier au centre d'un parterre circulaire.

Comment peut-il déterminer l'endroit exact où il devra le planter, en utilisant les propriétés du cercle?



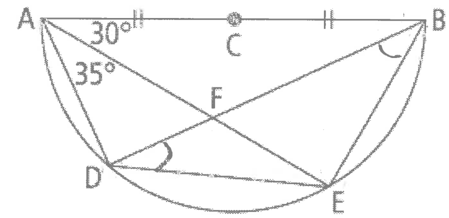
Trace deux cordes non-parallèles au sol.
Trouve le milieu de chaque corde.
Trace la médiatrice de chaque corde.

Les médiatrices se coupent au centre.



Propriétés des Cercles – Trouver les angles

1.Le dessin ~~au~~ ci-dessous est un demi-cercle avec les angles inscrits. Point C est le point au centre du cercle. Répond aux questions suivantes. **Explique / justifie tes réponses.**



a) Quelle est la mesure de $\angle$DBE?

$\angle DBE = \angle DAE = 35°$

Ls inscrits qui sous-tendent même arc sont égaux

b) Quelle est la mesure de $\angle$BDE?

$\angle BDE = \angle BAE = 30°$

(même raison que (a))

c) Quelle est la mesure de $\angle$ADB?

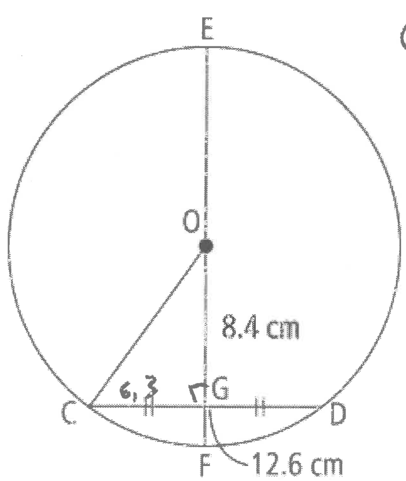
$\angle ADB = \frac{1}{2}(\angle ACB) = \frac{1}{2}(180°) = 90°$

$\angle$ inscrit est la moitié de l'angle au centre qui sous-tend le même arc

..

ou $\angle$ inscrit que sous-tend demi-cercle $= 90°$

2. Cercle centre O. Corde $\overline{CD}$ est 12,6 cm de longueur. Le centre de la corde, G, est 8.4 cm du centre du cercle. Quel est le rayon du cercle? **Montre le travail. Justifie ta réponse où possible.** **/3**



CD = 12,6 cm (donné)

CG = GD = $\frac{1}{2}$(12,6) = 6,3 cm (CG = GD donné)

OF $\perp$ CD ($\overline{OF}$ passe par le centre et bissecte corde CD ∴ OF est médiatrice)

ΔOGC est Δ rectangle (OG $\perp$ CG)

$6,3^2 + 8,4^2 = OC^2$ (Pythagore)

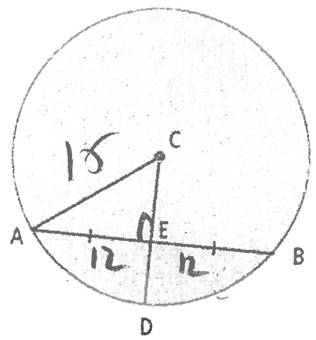
$110,25 = OC^2$

$10,5 = OC$

Le rayon $\overline{OC}$ = 10,5 cm.

10.2 p. 389 4,5,7,8,9

4. $\overline{CD}$ est la médiatrice de la corde AB. Le rayon du cercle est égal à 15 cm. La corde AB mesure 24 cm. Quelle est la longueur de $\overline{CE}$? Explique ton raisonnement.



$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ (CD médiatrice)

$\overline{AE} = \overline{EB} = \frac{1}{2}(24) = 12$ cm (donné)

Δ AEC est Δ rect (CD $\perp$ AB)

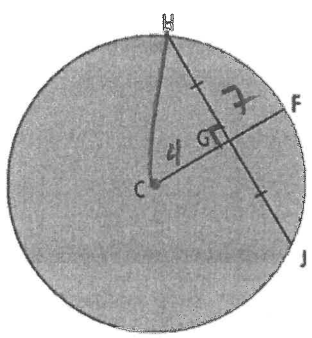
$12^2 + \overline{CE}^2 = 15^2$ (Pyth)

$\overline{CE}^2 = 225 - 144$

$\overline{CE}^2 = 81$

$\overline{CE} = 9$

5. Le rayon CF est la médiatrice de la corde HJ. $\overline{CG}$ mesure 4 mm. La corde HJ mesure 14 mm. Quel est le rayon du cercle? Arrondis ta réponse au dixième de millimètre près. Justifie ~~ta réponse~~.



$\overline{CF} \perp \overline{HJ}$ (CF médiatrice)

$HG = GJ = \frac{1}{2}(14) = 7$ mm (donné)

ΔCGH est Δ rect ($\overline{CF} \perp \overline{HJ}$)

$4^2 + 7^2 = HC^2$ (Pyth)

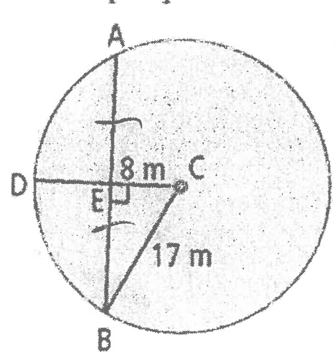
$16 + 49 = HC^2$

$\sqrt{65} = \sqrt{HC^2}$

$8{,}0622 = HC$

le rayon ≈ 8,1 mm

7. Soit un cercle de 17 m de rayon. Le rayon CD est perpendiculaire à la corde AB. Leur point d'intersection, E, est situé à 8 m du centre C. Quelle est la longueur de la corde AB? Explique ton raisonnement.



$\overline{CB} = \overline{CD} = 17$ m (rayons =)

$\overline{AE} = \overline{EB}$ (rayon CD $\perp$ AB $\therefore$ médiatrice)

Δ CEB est Δ rect. (CD $\perp$ AB)

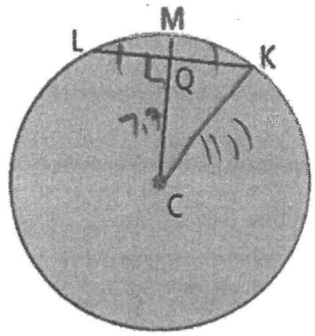
$8^2 + \overline{EB}^2 = 17^2$ (Pyth.)

$\overline{EB}^2 = 225$

$\overline{EB} = 15$ m

$AB = 2(15) = 30$ m. (AE = EB)

8. Soit un cercle de 11,1 cm de rayon. Le rayon $\overline{CM}$ est perpendiculaire à la corde LK, et $\overline{MQ}$ mesure 3,4 cm. Quelle est la longueur de la corde LK ? Arrondis ta réponse au dixième de centimètre près.



$CM = 11,1 = CK$ (rayons =)

$\overline{LQ} = \overline{QK}$ (rayon MC ⊥ LK ∴ médiatrice)

$QC = CM - QM = 11,1 - 3,4 = 7,7$ cm.

Δ KQC est Δ rect (LK ⊥ MC)

$7,7^2 + \overline{QK}^2 = 11,1^2$

$59,29 + QK^2 = 123,21$

$QK^2 = 63,92$

$QK = 7,994998$

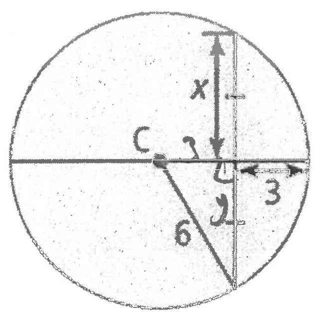
$LK = 2(QK)$

$= 15,9899$

corde LK ≈ 16,0 cm

9. Calcule la longueur inconnue x. Arrondis tes réponses au dixième d'unité près.

a)



corde ⊥ rayon

(rayon coupe 2 parties =)

rayons = 6

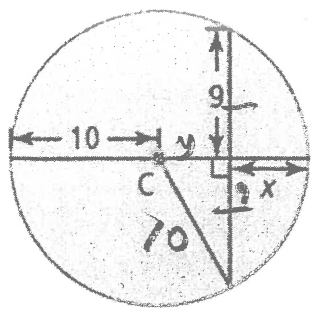
autre partie du rayon $6 - 3 = 3$

Δ rect.

$3^2 + y^2 = 6^2$

$y = \sqrt{27} = x = 5,1961 \approx 5,2$

b)



corde 2 parties = (rayon ⊥ corde)

alors les 2 = 9

rayons = 10

$10^2 = 9^2 + y^2$

$100 - 81 = y^2$

$19 = y^2$

$y = 4,3588$

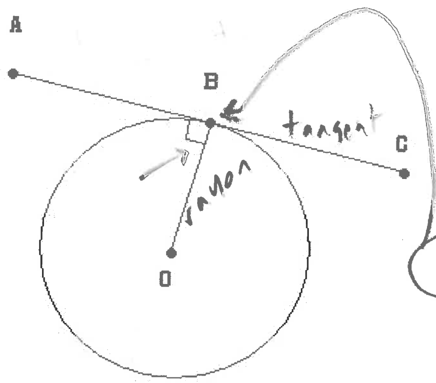
$x = 10 - 4,3588 = 5,6411 \approx 5,6$

10.3 p. 394 — Les Tangentes à un Cercle
Vocabulaire et Proprietés

*Une **tangente** à un cercle est une droite qui touche un cercle en **un seul point**.*

PROPRIETÉ : TANGENT-RAYON

●Une **tangente** à un cercle est **perpendiculaire au rayon** du cercle au point de tangence.



$\overline{AC}$ est le tangent

$\overline{OB}$ est le rayon

$$\overline{AC} \perp \overline{OB}$$

$$\therefore m\angle ABO = m\angle CBO = 90°$$

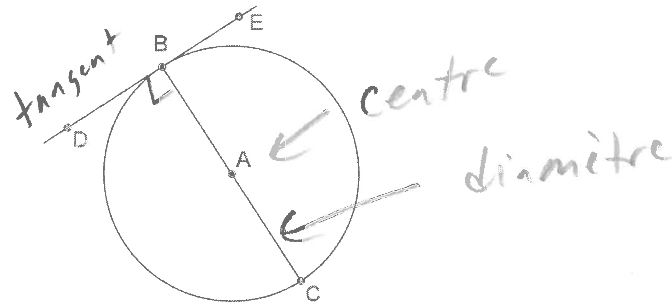
B est le **point de tangence** (le point où le tangent intersecte le cercle)

●Une **corde perpendiculaire à une tangent** au point de tangence passe par le **centre** du cercle et est **un diamètre.**

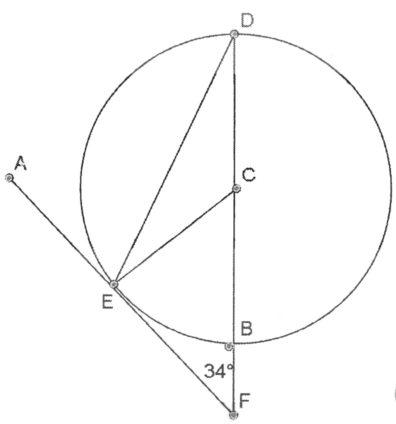
Si $\overline{DE} \perp corde \overline{BC}$,

$\therefore$ A est le centre

$\therefore$ $\overline{BC}$ est un diamètre



MCQTS p. 396 Exemple 1 : Montre ce que tu sais (m ∠CEF = 90°, m ∠ECF = 56°, m ∠EDF = 28°)



●Le segment de droite $\overline{AF}$ est tangent au cercle au point E.
- C est le centre.

●Le segment de droit DF contient le diamètre $\overline{DB}$

● $m\angle CFE = 34°$.

→Quelles sont les mesures des angles ∠CEF, ∠ECF, et ∠EDF?

Explique ton raisonnement.

CE ⊥ AF (tangent + rayon)

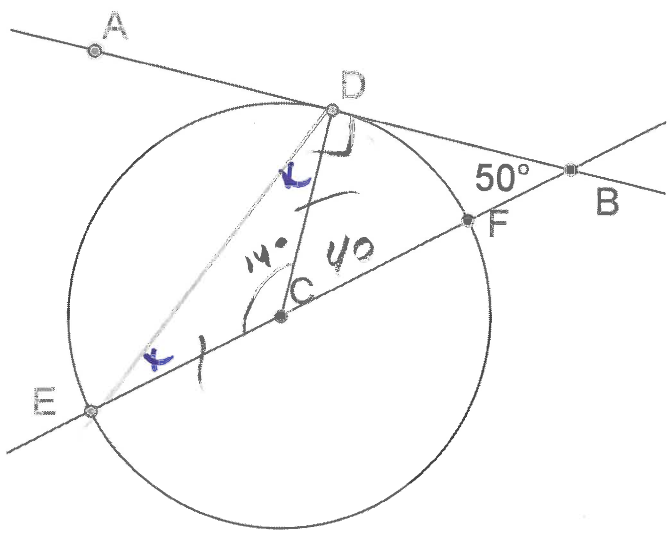
∠CEF = 90°

∠ECF = 180 - 90 - 34 = 56°

∠EDF = ½ ∠ECB (∠inscrit ½ ∠au centre)

∠EDF = ½ (56) = 28°

Ex. 1 p. 395



Dans cette figure,

- C est le centre
- $\overline{AB}$ est un tangent au cercle au point D
- $\overline{BE}$ contient le diamètre $\overline{FE}$
- $m\angle ABE = 50°$

Pour chaque question suivante, justifie ta réponse / explique ton raisonnement.

a) $m\angle BDC = ?$

AD ⊥ DC (tangent ⊥ rayon)
$\angle BDC = 90°$ (AD ⊥ DC)

b) m de $\angle$ au centre DCE = ?

$\angle BDC = 180 - 90 - 50 = 40°$ ($\angle$s Δ)
$\angle DCE = 180 - 40 = 140°$ (suppl.)

c) de quel type de Δ est $\triangle CDE$?

trace DE
CD = CE (rayons =)
Δ CDE est isocèle. (CD = CE)

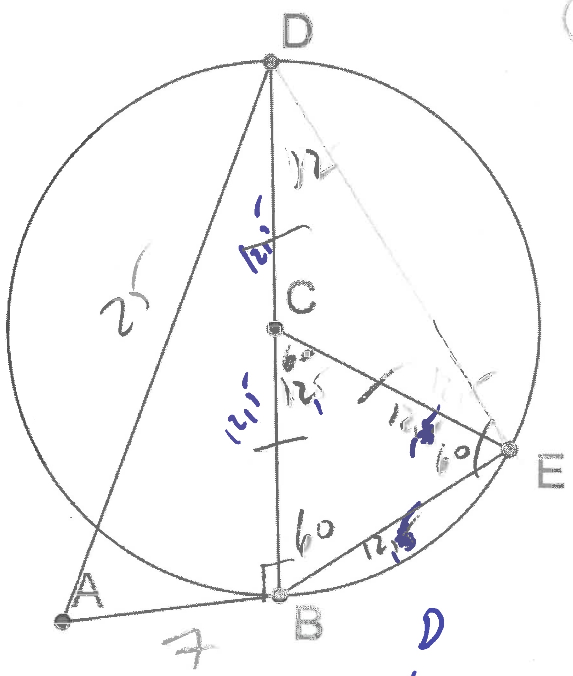
d) $m\angle DEC = ?$

$\angle DEC = \angle EDC = x$ (angles Δ isocèle)
$140 + x + x = 180$ ($\angle$s Δ)
$140 \quad 2x = 180$
$2x = 40$
$x = 20$ $\quad \angle DEC = 20°$

ou $\angle DEC = (180-140) \div 2$

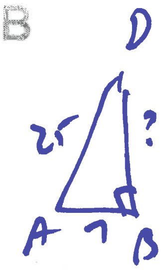
p. 396 10.3 exemple 2

- C est le centre
- $\overline{AB}$ tangent au cercle à point B
- BD est le diamètre
- $m\overline{AB}$ = 7 mm
- $m\overline{AD}$ = 25 mm
- $\triangle BCE$ est équilatéral



Justifie ta réponse / ton raisonnement.

a) longueur diamètre $\overline{BD}$



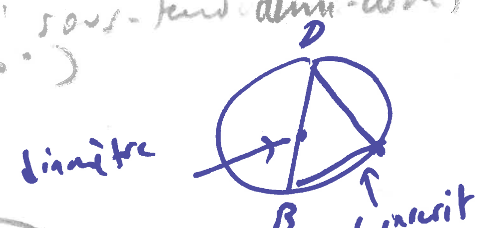
AB ⊥ BC (tangent ⊥ rayon)
∠ABC = 90° (AB ⊥ BC)
CB = CE = CD = 12,5 (rayons =)
△ BCE est △ isoc. (CB = CE)
△ BAD est △ rect (AB ⊥ BC)
$7^2 + \overline{BD}^2 = 25^2$ (Pyth)
$BD^2 = 576$ → $\sqrt{BD^2} = \sqrt{625 - 49}$
BD = 24 mm
CB = CE = CD = 12 mm (½ diam.)

b) longueur corde $\overline{BE}$

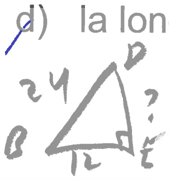
$\overline{BE}$ = 12,5 mm (△ équil.)

c) la mesure de l'angle inscrit ∠BED

trace $\overline{DE}$
∠BED = 90° (∠ inscrit qui sous-tend demi-cercle = 90°)



d) la longueur de la corde $\overline{DE}$ (arrondi au millimètre près)

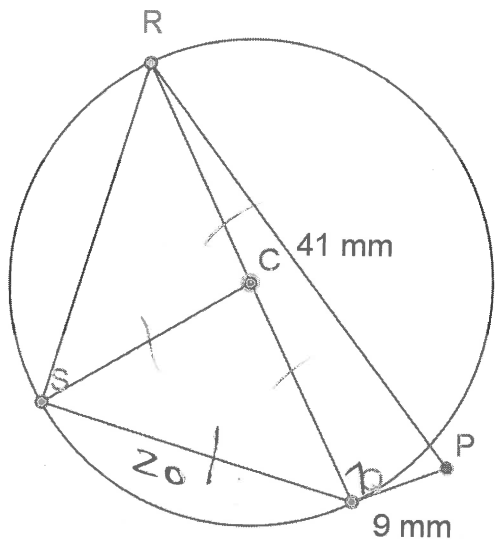


△ BED est △ rect. (∠BED = 90°)
$12^2 + \overline{DE}^2 = 24^2$ (Pyth)
$\overline{DE}^2 = 576 - 144$
$\overline{DE} \approx 20,7846$
$\overline{DE} \approx 21$ mm

22 mm

MCQTS p. 397 ($\overline{QR} = 40mm; \overline{QS} = 20mm; \overline{RS} = 35mm$)

C est le centre



$\overline{PQ}$ tangent au cercle – point Q

$\overline{QR}$ est diamètre

$m\overline{PQ}$ = 9 mm

$m\overline{PR}$ = 41mm

$\triangle QCS$ est équilatéral

a) mesure $\overline{QR}$? Justifie ta réponse

CQ ⊥ QP (rayon ⊥ diamètre)

∆RQP est ∆ rect. (CQ ⊥ QP)

$9^2 + QR^2 = 41^2$ (Pyth.)

$QR^2 = \sqrt{1600}$

QR = 40 mm

b) mesure $\overline{QS}$? Explique ton raisonnement.

RC = CQ = 20mm ($\frac{1}{2}$ dia)

CQ = QS = CS = 20mm (∆ équil.)

c) Mesure $\overline{RS}$? Arrondis au millimètre près. Justifie ta réponse.

∠RSQ = 90° (∠ inscrit qui sous-tend demi-cercle)

∴ ∆ RSQ est ∆ rect (∠RSQ = 90°)

$20^2 + \overline{RS}^2 = 40^2$ (Pythagore)

$\sqrt{\overline{RS}^2} = \sqrt{1200}$

RS = 35 mm.

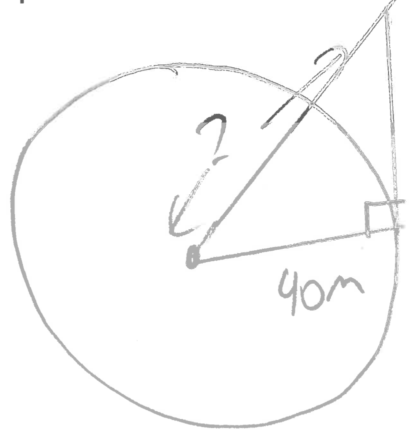
10.3 p. 398 exemple 3

Un patineur de vitesse s'entraîne sur une piste **circulaire** de **40 mètre de rayon**.

Il *tombe* et glisse hors de la piste de long d'une droite tangente au cercle.

Si sa glissade est de 22m, **à quelle distance se trouve-t-il du centre** de la piste?

Arrondis ta réponse au dixième de mètre près. Dessine **un schéma** pour illustrer ton explication.



22m C'est un Δ rectangle parce que rayon ⊥ tangente.

$40^2 + 22^2 = x^2$ (Pyth)

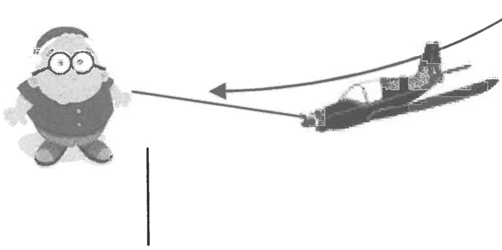
$2084 = x^2$

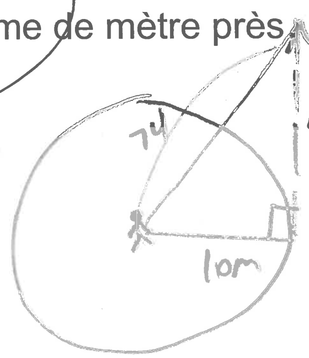
$x \approx 45,7\text{m}$

MCQTS p. 398 (~73,3 m)

Carlos s'apprête à faire atterrir son avion miniature. Le fil se brise juste avant l'atterrissage. Si la longueur du fil est de 10 m et si l'avion s'arrête à 74 m de Carlos, à quelle distance l'avion a-t-il parcourue après que le fil s'est brisé?

Arrondis ta réponse au dixième de mètre près.





C'est un Δ rect. parce que rayon ⊥ tangent.

$10^2 + x^2 = 74^2$

$100 + x^2 = 5476$

$-100 \qquad -100$

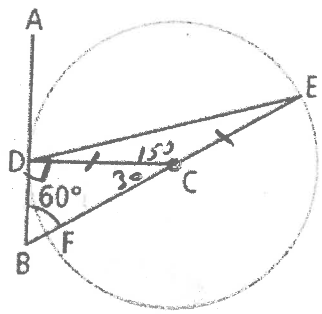
$x^2 = 5376$

$x \approx 73,3\text{m}.$

10.3 p. 400 #3, 4, 5, 6, 8, 9,12

comme ils s'il y ont besoin de pratiquer plus

3. Dans cette figure, $\overline{AB}$ est tangent au cercle au point D, $\overline{BE}$ contient le diamètre EF et $m\angle ABE = 60°$.



Explique ton raisonnement pour répondre à ces questions.

a) Quelle est la mesure de $\angle BDC$? $90°$ (rayon $\overline{CD} \perp$ tangent $\overline{AB}$)

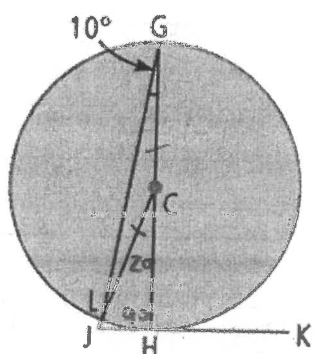
b) Quelle est la mesure de l'angle au centre DCE? $180-90-60 = 30°$ (somme ∠s $\Delta = 180°$)

c) De quel type est le triangle CDE? Δ isocèle ($\overline{CD} = \overline{EC}$ rayons =)

d) Quelle est la mesure de $\angle DEC$? $\angle DCE = 180-30 = 150°$ (supplémentaires)

$\angle DEC = \angle CDE = \frac{180-150}{2} = 15°$

4. Le segment de droite JK est tangent au cercle au point H. $\overline{GH}$ est un diamètre et $m\angle CGL = 10°$.



Justifie tes réponses à ces questions.

a) De quel type est le triangle CGL? Δ isocèle (rayons = $\overline{CL} = \overline{CG}$)

b) Quelle est la mesure de $\angle GCL$? $180-10-10 = 160°$ ($\angle G = \angle J = 10°$ ∠ base Δ isc.)

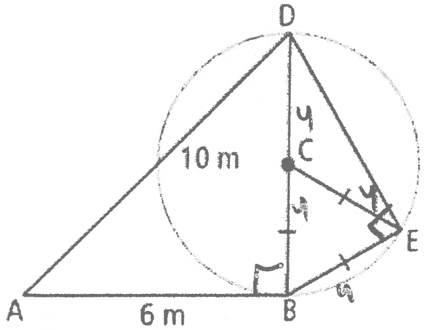
c) Quelle est la mesure de $\angle JCH$? $180-160 = 20$ (∠s supp.)

d) Quelle est la mesure de $\angle JHG$? $90°$ (rayon $\overline{CH} \perp$ tangent JK)

e) Quelle est la mesure de $\angle CJK$? $\angle CJH = 180-90-20 = 70°$

$\angle CJK = \angle CJH$ (mêmes ∠s)

5. Dans cette figure, $\overline{AB}$ est tangent au cercle au point B, $\overline{BD}$ est un diamètre du cercle, $m\overline{AB} = 6$ m, $m\overline{AD} = 10$ m et $\triangle BCE$ est équilatéral.



tangent $\overline{AB} \perp$ rayon $\overline{BC}$

$\therefore \triangle ABD$ est $\triangle$ rect. $(AB \perp BD)$

$6^2 + \overline{BD}^2 = 10^2$ – pyth.

$\overline{BD}^2 = 64$

Justifie tes réponses à ces questions.

a) Quelle est la longueur du diamètre BD ? 8 m

b) Quelle est la longueur de la corde BE ? $\overline{CD} = \overline{CB} = \overline{BE} = \overline{CE} = $ 4 m (rayons = $\triangle BCE$ équil donné rayon $= \frac{1}{2}$ dia.)

c) Quelle est la mesure de l'angle BED ? 90° ($\angle$ inscrit sous-tend diamètre)

d) Quelle est la longueur, au mètre près, de la corde DE ? $\triangle DEB$ est $\triangle$ rect ($\angle BED = 90°$)

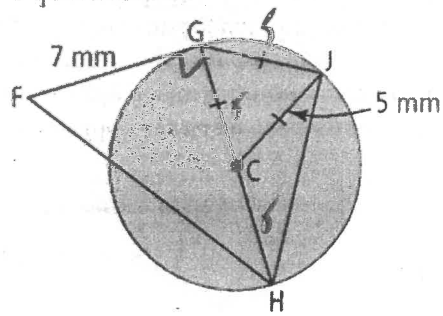
$4^2 + \overline{DE}^2 = 8^2$

$DE^2 = 48$

$DE = 6{,}9282$

$\overline{DE} \approx 7$ m

6. Dans cette figure, $\overline{FG}$ est tangent au cercle au point G, $\overline{GH}$ est un diamètre du cercle, $m\overline{CJ} = 5$ mm, $m\overline{FG} = 7$ mm et $\triangle CGJ$ est équilatéral.



a) Quelle est la longueur ~~du diamètre~~ ? Justifie ta réponse. 10 mm $CJ = JG = GC = CH$ ($\triangle$ équil donné rayons =) $\overline{GH} = 2(5) = 10$ dia = 2 rayon

b) Le triangle GHJ est-il un triangle rectangle ? Justifie ta réponse. oui $\angle GJH = 90°$ $\angle$ inscrit sous-tend diamètre

c) Quelle est la longueur de la corde HJ ? Explique ton raisonnement. Arrondis ta réponse au dixième de millimètre près. $10^2 = 5^2 + HJ^2 \Rightarrow HJ = \sqrt{75} = 8{,}6602 \approx 8{,}7$ (Pythagore)

d) Quelle est la mesure de $\angle$FGH ? Justifie ta réponse. 90° rayon $\overline{GC} \perp$ tangent $\overline{GF}$

e) Quelle est la longueur de $\overline{FH}$? Explique ton raisonnement. Arrondis ta réponse au dixième de millimètre près. 12,2 mm

$\triangle FGH$ est $\triangle$ rect ($\angle FGH = 90°$)

$10^2 + 7^2 = \overline{FH}^2$

$100 + 49 = \overline{FH}^2$

$12{,}2065 = FH$

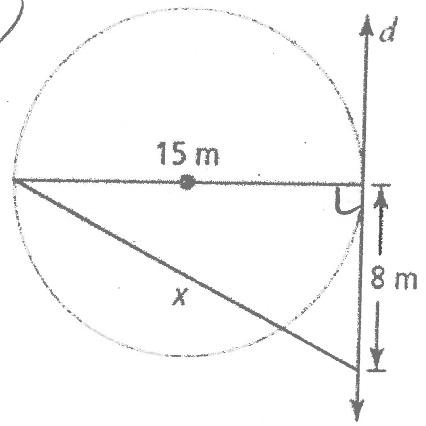
$FH \approx 12{,}2$ mm

10

8. Trouve la longueur x dans ces figures. La droite d est tangente au cercle. Lorsque c'est nécessaire, arrondis ta réponse au dixième près.

a)

orthogonal



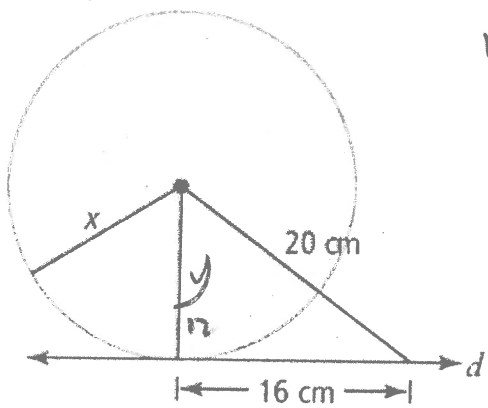
rayon ⊥ tangent

Δ rect.

$15^2 + 8^2 = x^2$

$17\text{m} = x$

b)



rayon ⊥ tangent

Δ rect

$16^2 + y^2 = 20^2$

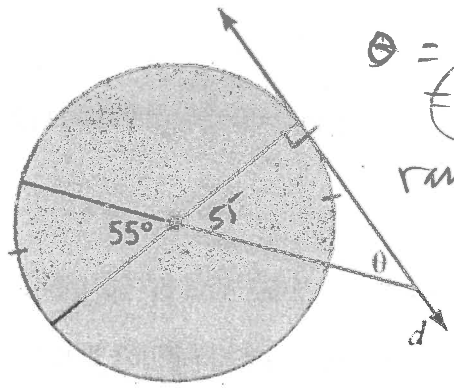
$y = 12\text{ cm}$

$x = y = 12\text{ cm}$

(rayons.)

9. Trouve la mesure de l'angle θ dans ces figures. La droite *d* est tangente au cercle.

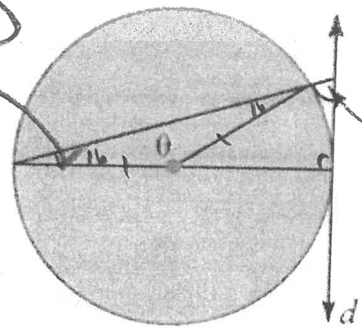
a)



$\theta = 180 - 55 - 90$
$= 35°$
rayon ⊥ tangent
∠s opposés par le sommet

b)

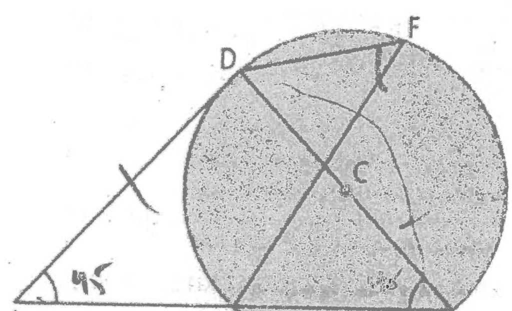
180-90-74
= 16



tangent ⊥ rayon
rayons =
Δ isocèle
∠s du bord =
$\theta = 180 - 16 - 16 = 148°$

pas 164 manuel

12. Dans cette figure, △ABD est isocèle, $\overline{AD}$ est tangent au cercle au point D, et $\overline{BD}$ est un diamètre.



AD = BD Δ isocèle
∠DBA = ∠DAB
$\frac{180 - 90}{2} = 45°$

Justifie tes réponses à ces questions.

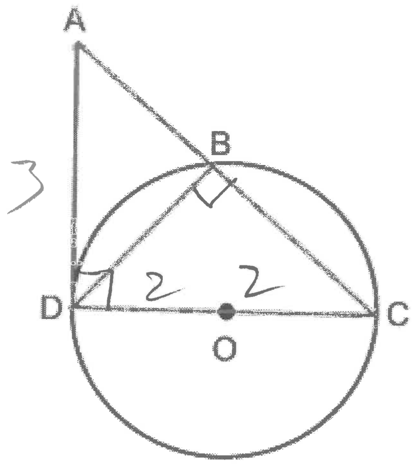
a) Quelle est la mesure de ∠ADB? 90° rayon ⊥ tangent

b) Quelle est la mesure de ∠DBE? 45° ∠BDA = ∠DBE

c) Quelle est la mesure de ∠DFE? 45° ∠DFE = ∠DBE ∠s inscrits

Les Preuves Géométriques et les Justifications

1.



Donné:

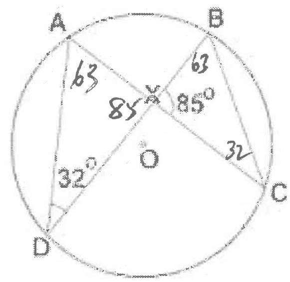
Cercle Centre O

Tangent $\overline{AD}$ = 3cm

$\overline{DO}$ = 2cm

1. Trouve $m\angle CDA$
2. Trouve $m\overline{AC}$

énoncés	**justifications**
cercle centre O	donné
$\overline{DC}$ est un diamètre	cercle centre O
$m\angle DBC$ = 90°	∠ inscrit sous-tend demi-cercle
$\overline{AD}$ est un tangent	donné
$\overline{CD} \perp \overline{DA}$	tangent ⊥ rayon
$m\angle CDA$ =90°	CD ⊥ DA
ΔADC est triangle rectangle	∠CDA = 90°
$\overline{DO}$ = 2cm	donné
$\overline{DO}$ = $\overline{OC}$ = 2cm	rayons =
$\overline{DC}$ = 4 cm	2 + 2 = 4
$\overline{AD}$ = 3cm	donné
$4^2+3^2=\overline{AC}^2$ $16+9=\overline{AC}^2$ $\sqrt{25}=\sqrt{\overline{AC}^2}$ $5=\overline{AC}$	Pythagore



2. donné
- les angles marqués au diagramme

Trouve tous les angles inconnus

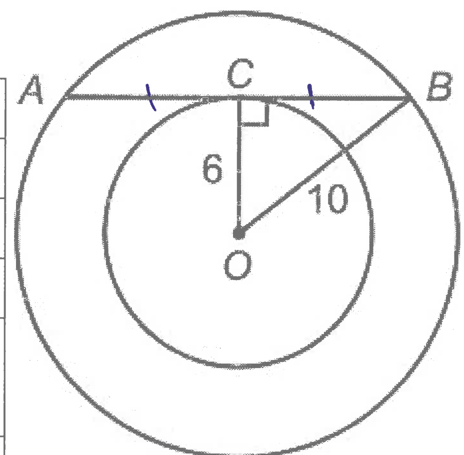
énoncés	justifications
$\angle AXD = \angle BXC = 85°$	angles opposés par le sommet
$\angle DAX = 180 - 32 - 85 = 63°$	somme des $\angle$s de $\Delta = 180^o$
$\angle DAC = \angle DBC = 63°$	$\angle$s inscrits sous-tendent même arc =
$\angle C = 180 - 85 - 63 = 32°$	somme des $\angle$s de $\Delta = 180^o$

$\angle ADB = \angle CDB = 32$ ou → (ou $\angle$s inscrit =)

3.

donné : les mesures marqués au diagramme ; O est le centre

trouve : $\overline{AC}$



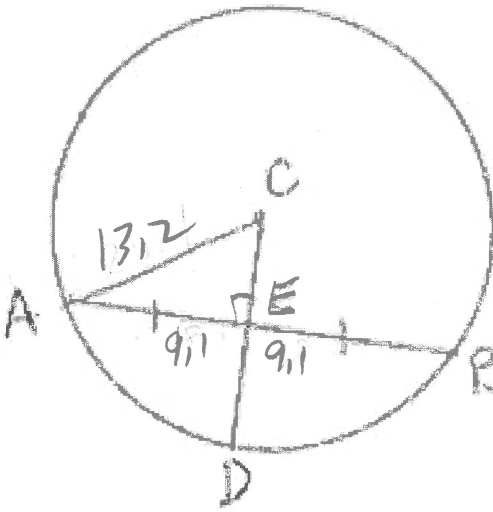
énoncés	justifications
$\overline{OC} = 6$; $\overline{OB} = 10$	donné
$\angle BCO = 90°$	donné
O est le centre	donné
médiatrice $\overline{OC}$ bissecte $\overline{AB}$	$\perp$corde ; $\overline{OC}$ passe par le centre $AC \perp CB$
$AC = CB$	OC médiatrice – bissecte $\overline{AB}$
ΔCBO est Δ rect	$\angle BCO = 90$
$6^2 + \overline{CB}^2 = 10^2$ $CB^2 = 64$ $CB = 8$	Pythagore
$CB = AC = 8$	AC = CB

Trouver l'information cherchée et justifie/explique les conclusions.

- Inscrire les données et conclusions au diagramme.
- Écrire les conclusions dans une progression logique pour trouver la réponse.
- Justifier/expliquer chaque conclusion en employant les définitions, propriétés, vocabulaire de géométrie.

4 Dans le cercle suivant, le centre est C. La corde $\overline{AB}$ mesure 18,2 cm et le diamètre du cercle mesure 26,4 cm. Quel est la longueur de $\overline{DE}$? ~~(3 points)~~

Arrondir au 10e près.



CD passe par le centre et bissecte AB alors CD ⊥ AE

$\angle AEC = 90°$ (CD ⊥ AE)

AE = EB = 9,1 cm (AE = EB ; AB = 18,2)

AC = CD = (26,4) ÷ 2 cm = 13,2 (½ diamètre)

$CE^2 + 9{,}1^2 = 13{,}2^2$

$CE^2 = 91{,}43$

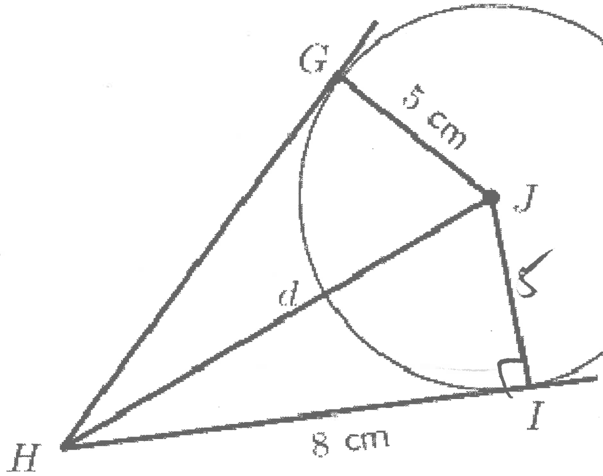
CE = 9,5619 cm

DE = CD − CE

= 13,2 − 9,5619

DE = 3,6 cm

5. J est le centre. Trouve la longueur de *d* et ~~*justifie/explique*~~ les conclusions. *Arrondir au 10e près.*



rayons JG = JI = 5 cm (rayons =)

$\overline{JI} \perp \overline{IH}$ (rayon ⊥ tangente)

$\angle JIH = 90°$ ($\overline{JI} \perp \overline{IH}$)

ΔJIH est droit ($\angle JIH = 90°$)

$5^2 + 8^2 = d^2$

$25 + 64 = d^2$

$89 = d^2$

9,4 cm = d

Géométrie 10.1 10.3

Pour ces questions, tu vas employer l'information suivante. $\boxed{\text{Des abréviations sont dans les boîtes.}}$

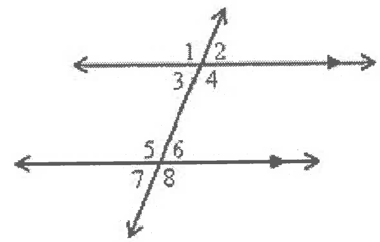
- 10.1 Angles Inscrits dans un Demi- Cercle ont une mesure de 90° $\boxed{\angle \text{ inscr demi} \bigcirc}$

- 10.3 Tangent au cercle ⊥ rayon du cercle $\boxed{\text{tan} \perp \text{rayon}}$

$\boxed{\angle\text{s alt-int, } \angle\text{s alt-ext, } \angle\text{s corr, } \angle\text{s opp somm}}$

∠s internes-alternes; externes-alternes, correspondants.. sont égaux

→Deux angles sont alternes-internes lorsqu'ils sont ***entre*** les deux droites parallèles et qu'ils sont ***de part et d'autre de la sécante***.



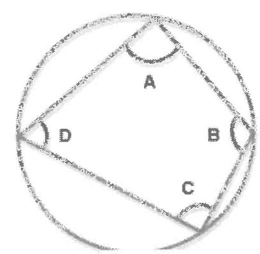
→Deux angles sont correspondants lorsqu'***un*** des deux angles ***est à l'extérieur*** des deux droites et qu'ils sont du ***même côté de la sécante***.

→Deux angles sont alternes-externes lorsqu'ils sont à l'***extérieur des deux droites parallèles*** et qu'ils sont ***de part et d'autre de la sécante.***

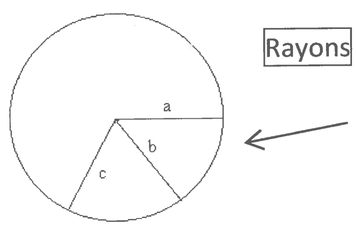
$\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$ (∠s opp somm)
$\angle 5 = \angle 8, \angle 7 = \angle 6$ (∠s opp somm)
$\angle 4 = \angle 5, \angle 3 = \angle 6$ (∠s alt-int)
$\angle 2 = \angle 7, \angle 1 = \angle 8$ (∠s alt-ext)
$\angle 1 = 5, \angle 3 = \angle 7$ (∠s corr)
$\angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$ (∠s corr

$\boxed{\text{Quad. Cycl}}$.

- Un quadrilatère cyclique est un quadrilatère (un polygone à 4 côtés) dont tous les sommets se trouvent sur la circonférence du même cercle.
- La somme des angles opposés dans un quadrilatère cyclique est **180°**. (∠ A + ∠ C = 180°; ∠ D + ∠ B = 180°)



quadrilatère cyclique



$\boxed{\text{Rayons}}$ Tous les rayons dans un cercle sont congrus

rayon a = rayon b = rayon c

Rappel de la feuille Géométrie 1:

∠ s suppl. ∠ s compl.

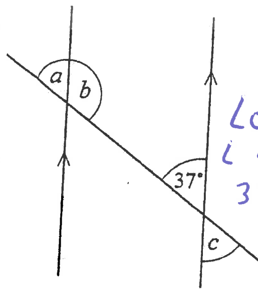
∠ s plat

∠ s de base △ isoc. def △isoc. ∠ s de △

corrigé

Géométrie 10.1, 10.3

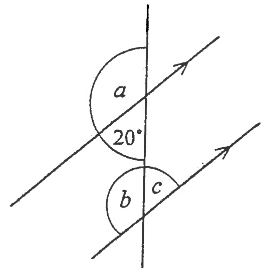
Trouve la valeur des angles notés avec une lettre.
Mets les raisons en parenthèses.



c = a = 37°

b = 143°

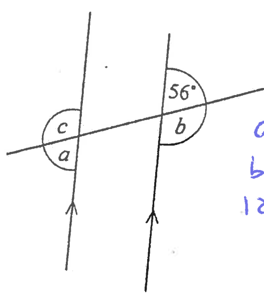
∠c = 37° (∠s opp sommet)
∠a = 37 (∠s alt-ext)
37 + b = 180 (∠s supp)



b = a = 160°

c = 20°

∠a + 20 = 180 (∠s supp)
∠b = 160 (∠s corr)
∠c = 20 (∠s alt-int) ou (∠s supp)

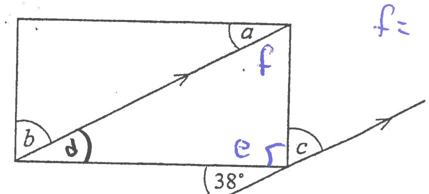


c = b = 124°

a = 56°

a = 56 (∠s alt-ext)
b + 56 = 180 (∠s supp)
124 + c = 180 (∠s supp)

(rectangle)

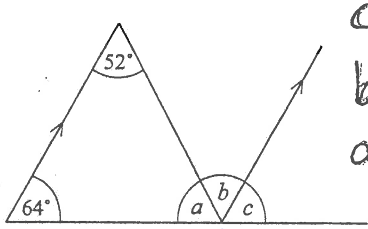


d = a = 38°

f = b = c = 52°

e = 90°

∠e = 90° (rectangle)
38 + e + c = 180 (∠s plat)
∠f = 52 (∠s alt-int)
∠d + 52 + 90 = 180 (∠s Δ)
38 + b = 90 (∠s comp.)



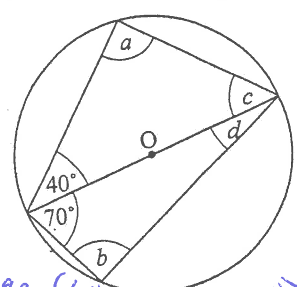
c = 64°

b = 52°

a = 64°

64 + 52 + a = 180° (∠s Δ)
∠b = 52 (∠s alt-int)
64 + 52 + c = 180 (∠s plat)

a = 90 (∠ inscr demi ○)
∠c + 90 + 40 = 180 (∠s Δ)



a = 90°

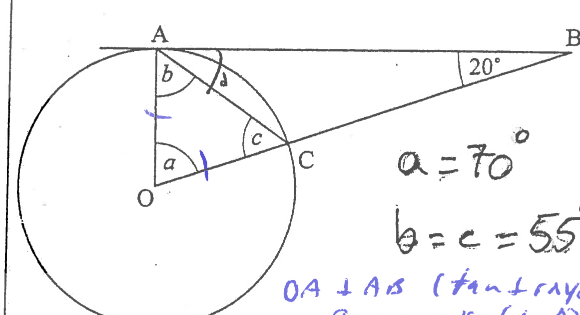
c = 50°

c + d = 70°

d = 20°

b = 90°

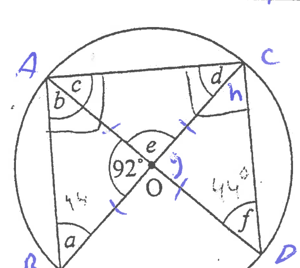
∠b = 90 (∠ inscr demi ○)
∠d + 70 + 90 = 180 (∠s Δ)
(c + d) + (40 + 70) = 180 (quad. cycl.)



a = 70°

b = c = 55°

OA ⊥ AB (tan ⊥ rayon)
a + 90 + 20 = 180 (∠s Δ)
AO = OC (rayons)
Δ AOC est isocèle (déf isoc)
70 + b + c = 180 (∠s Δ)
b = c (∠s base Δ isoc.)



b + c = 90°

b = a = 44° = f

e = 88°

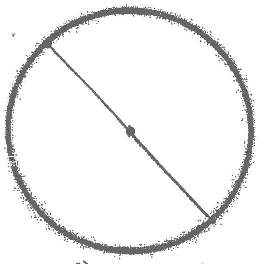
c = d = 46°

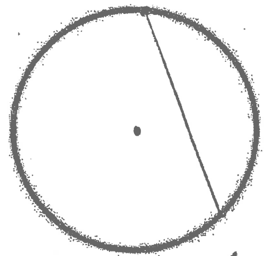
g = 92

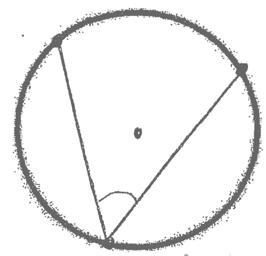
h = 92

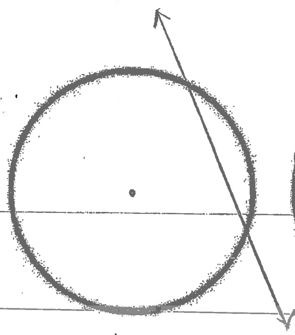
e + 92 = 180 (∠s supp)
AO = BO = CO = DO (rayons)
Δ OAB, Δ OAC, Δ OCD isoc. (déf isoc)
92 = g (∠s opp somm.)
88 + c + d = 180
92 + a + b = 180
92 + f + h = 180
} (∠s Δ)
b = a
c = d
f = h
} (∠s base Δ isoc.)

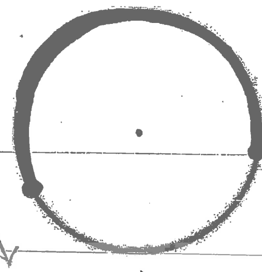
Question 1 (*regarde p. 378 et 394 pour l'aide*) **Identifie le terme** montré aux cercles ci-dessous.
(choix de termes : un tangent, un corde, un arc majeur, un angle inscrit, un diamètre)

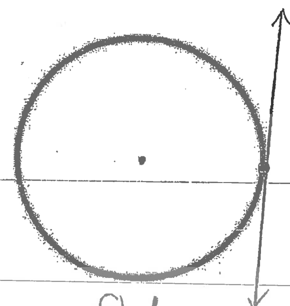

a) diamètre


b) corde

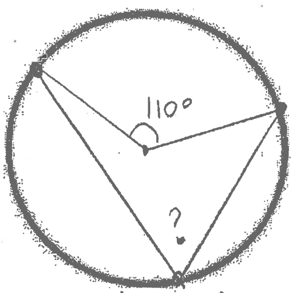

c) ∠ inscrit


d) la sécante

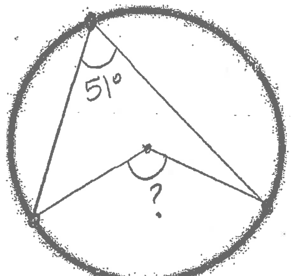

e) arc


f) tangente

Question 2 (*regarde p. 382 pour aide*) - Si un angle inscrit et un angle au centre sont sous-tendus (interceptés) par le même arc, la mesure de l'angle inscrit est la moitié mesure de de l'angle au centre. **Trouve la mesure des angles indiqués.**

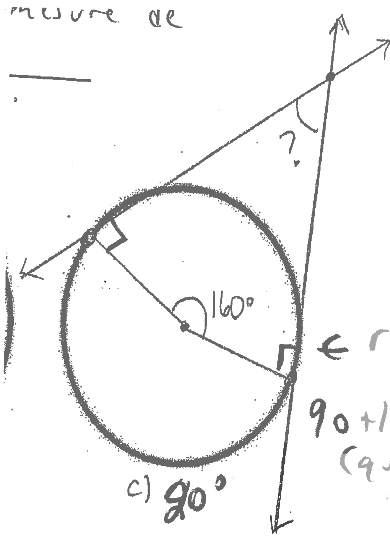


a) 55°



b) 102°

∠inscrit = ½ ∠au centre
∠centre = 2 ∠inscrit

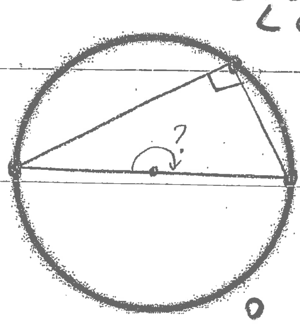


← rayon ⊥ tangent

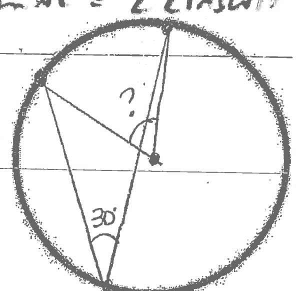
← 20

90 + 160 + 90 + ? = 360
(quadrilatère)

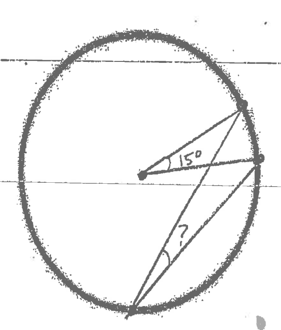
c) 20°



d) 180°
∠ au centre = 2(90)°



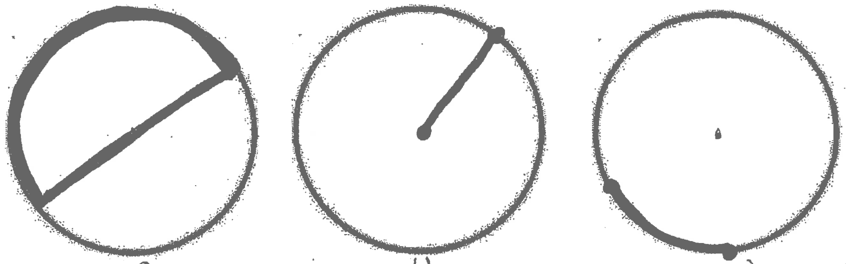
e) 60°
∠ au centre = 2(30)



∠inscrit = ½(15°)

f). 7,5°

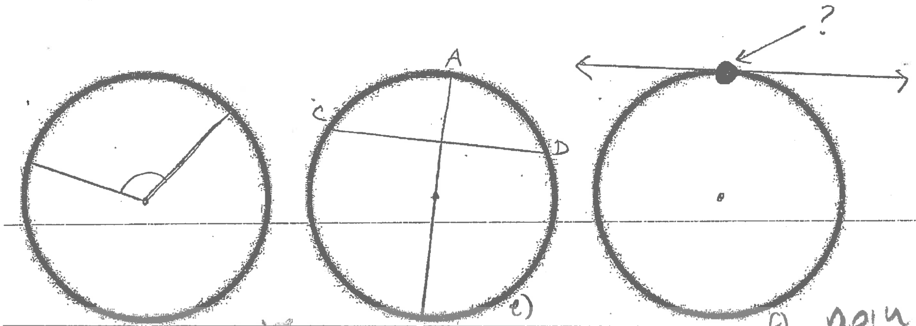
Question 3 (Regarde p. 378 et p. 394 pour l'aide).) **Identifie le terme** montré aux cercles ci-dessous.
(choix de termes : un rayon, un arc mineur, un angle au centre, le point de tangence, un demi-cercle)



a) Demicercle

b) rayon

c) arc



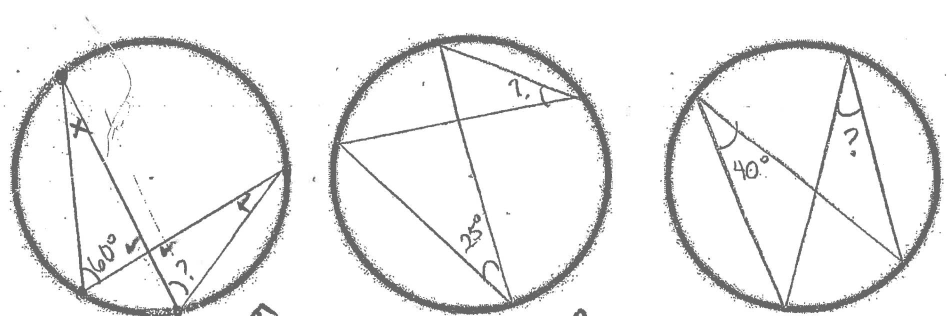
d) ∠ au centre

e)

f) point de tangence

$\overline{AB}$ est une médiatrice à la corde $\overline{CD}$. ← (passe par le centre du cercle et est ⊥ à la corde et ÷ la corde en 2 parties ≅)

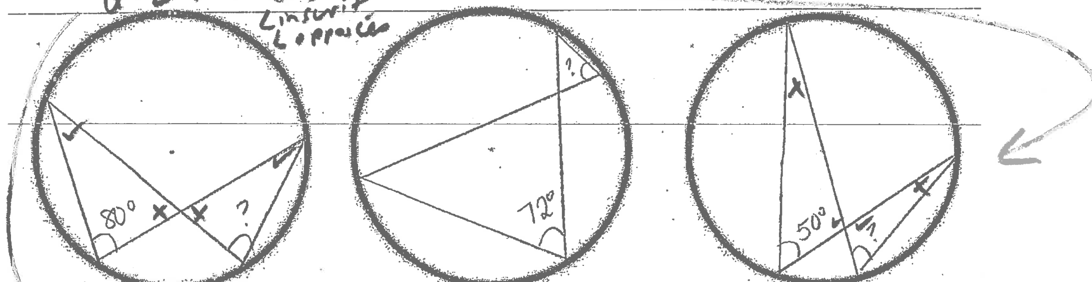
Question 4 (*voir p. 382 pour l'aide*) Si 2 angles inscrits intersectent (sont sous-tendendus) le même arc, les deux angles sont Congruents. **Trouve la mesure des angles indiqués.**



a) 60° (les autres 2 paires d'∠ sont ≅) ∠ inscrit ∠ opposés

b) 25°

c) 40°

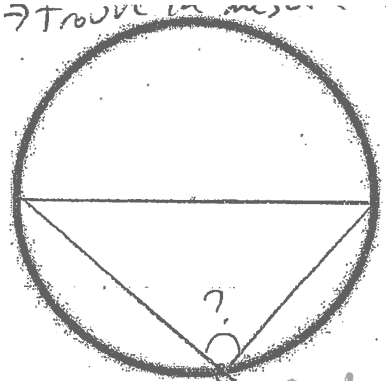


d) 80°

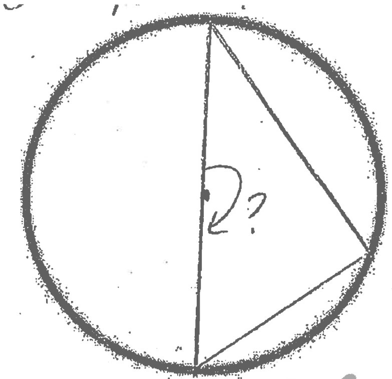
e) 72°

f) 50°

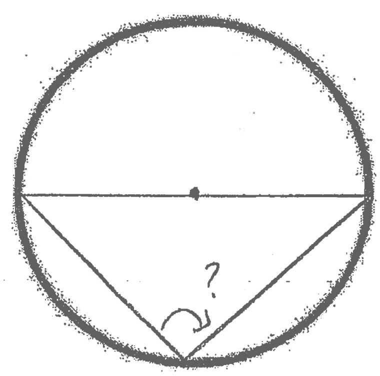
Question 5 (*voir p. 382 pour l'aide*) La mesure d'un angle inscrit qui intersecte (sous-tendu par) un diamètre (ou un angle inscrit dans un demi-cercle) est égale à __90°__°. **Trouve la mesure des angles indiqués.**



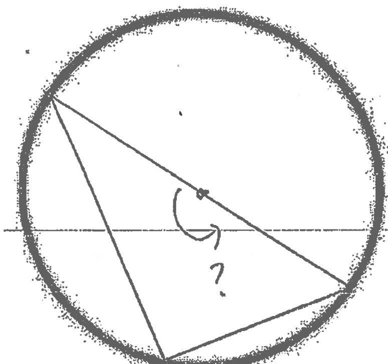
a) 90°



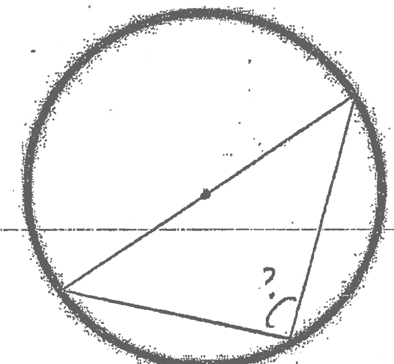
b) 180°



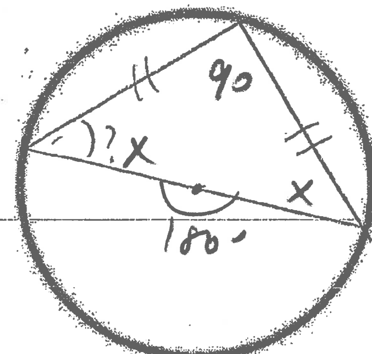
c) 90°



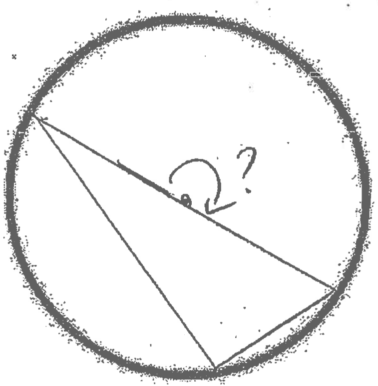
d) 180°



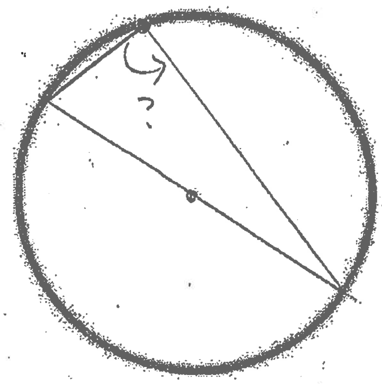
e) 90°



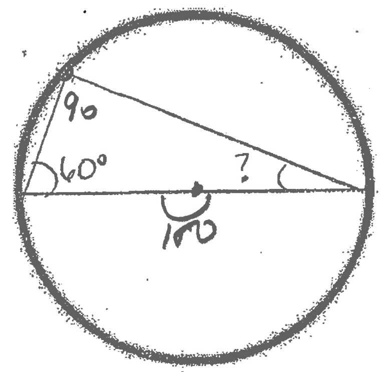
f) 45°



g) 180°



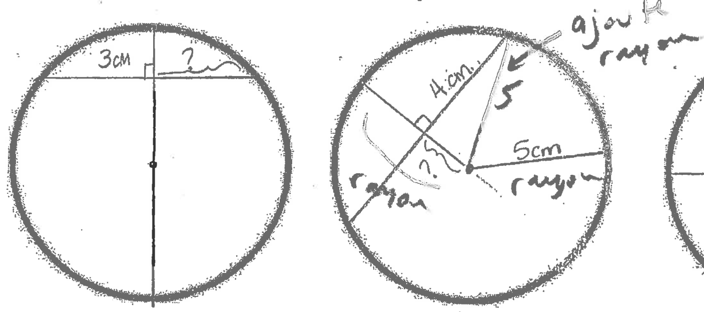
h) 90°



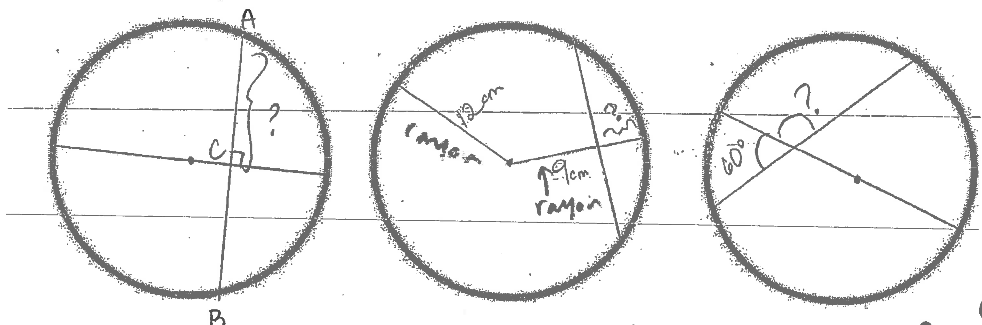
i) 30°

$90 + 60 + x = 180°$

Question 6 (*voir p. 387 pour l'aide*) La droite qui passe par le centre d'un cercle et qui est perpendiculaire à une corde, elle <u>divise</u> la corde <u>en 2 parties ≅</u>.
Trouve la mesure des angles indiqués.



a) 3cm b) 3cm Pythagore c) 4cm



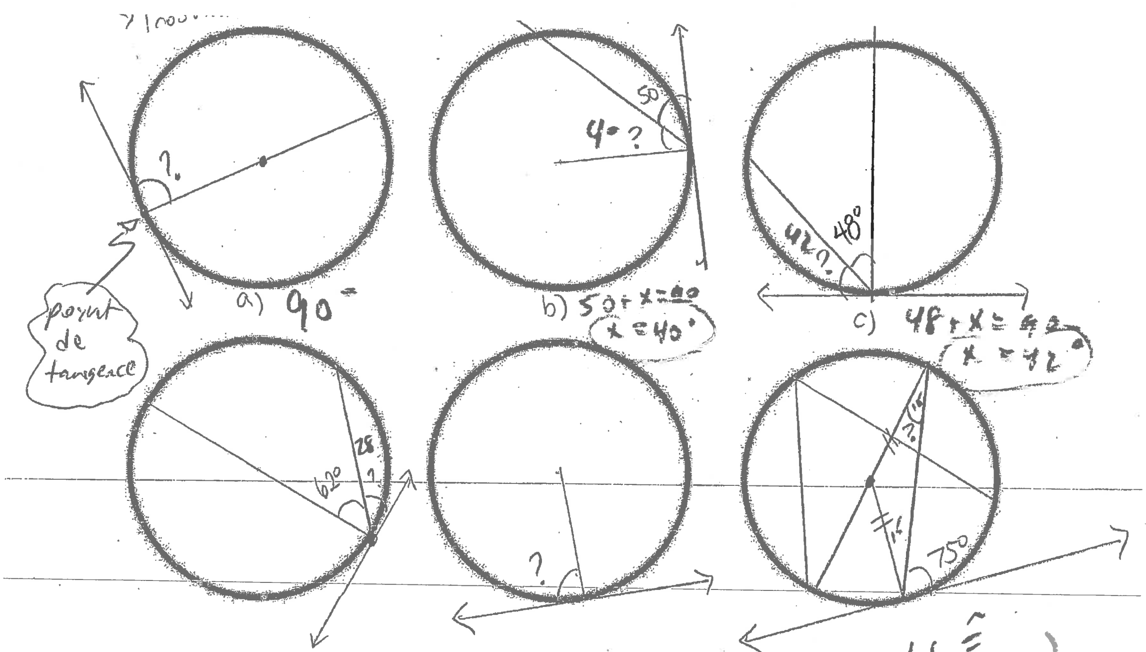
$\overline{AB}$ = 10 cm

e) $9 + x = 12$
$x = 3$cm

f) 120° (supplémentaires)

d) 5cm

Question 7 (*voir p. 395 pour l'aide*) Une tangente à un cercle est <u>⊥</u> au <u>rayon</u> du cercle au point de tangence. **Trouve la mesure des angles indiqués.**



a) 90°

b) $50 + x = 90$
$x = 40°$

c) $48 + x = 90$
$x = 42°$

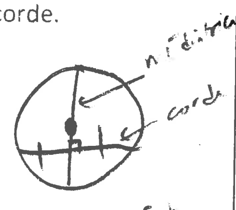
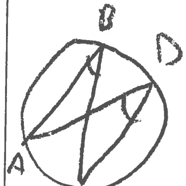
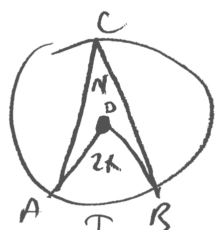
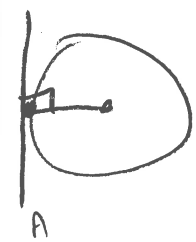
d) $62 + x = 90$
$x = 28°$

e) 90

f) 15 ≅ (bissec) 15°

Révision chapitre 10

A. Dessine un diagramme qui représente chacune des propriétés ou situations suivantes :

1. Une droite **qui passe par le centre** du cercle et qui **bissecte un corde** est alors perpendiculaire au corde.  médiatrice corde (La droite est aussi la médiatrice de la corde.)	2. Angles inscrits **sous-tendus par le même arc** sont congrus. $\angle ABC = \angle ADC$  B D A C ↑C arc AC	3. Angle au centre est le double de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc $\angle ADB = 2(\angle ACB)$  C N D 2x A T B arc AB	4. La mesure d'un angle inscrit qui sous-tend un diamètre est de 90°.  Q P O R O centre QR diamètre QPR demi-cercle ∠QPR angle droit	5. Une tangente est perpendiculaire sur le rayon dans le point de tangence.  A

B. Complète les définitions suivantes en y déposant les mots appropriés. (Fais un petit croquis à côté pour t'aider à visualiser et à comprendre.) (On peut employer un mot plus qu'une fois.)

inscrit	**égaux**	**90**	**inconnu**	**sommet**	**180**	**isocèle**	**perpendiculaire**	**égaux**
côtés	**bissecte**	**rayons**	**cordes**	**somme**	**au centre**	**complémentaires**	**rectangle**	**mesure**

1. Un **angle au centre** est un angle formé par deux rayons d'un cercle. Le sommet de cet angle se situe au centre du cercle.

2. Un **angle** inscrit est un angle dont le sommet est situé sur le cercle et dont les côtés contiennent des cordes de ce cercle.

3. Un **rayon** qui touche un **tangent** est perpendiculaire au tangent

4. Une droite qui **passe par le centre du cercle** ET **est perpendiculaire ~~au~~ à la corde** dans un cercle alors bissecte la corde (*coupe la corde en 2 parties égales*).

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

5. La somme des angles d'un triangle est 180 °. La somme des angles **supplémentaires** est 180 °. La somme des angles complémentaires est 90 °. $x + y = 90°$

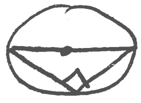
$x + y = 180°$

6. On peut employer **Pythagore** pour trouver un côté inconnu du triangle **SI** : 1) on sait la mesure des 2 autres côtés **ET SI** le triangle est un triangle rectangle.

$3^2 + 4^2 = c^2$

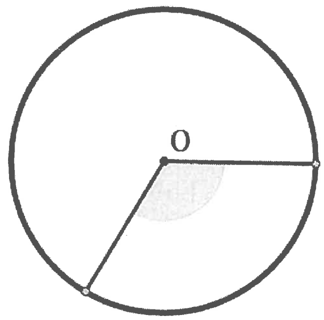
7. Un **triangle** avec 2 côtés sont des **rayons** est un triangle isocèle parce que tous les rayons dans un triangle ont de la même mesure. Les 2 angles de base dans un triangle isocèle sont égaux.

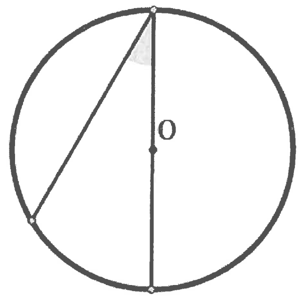
8. Un angle inscrit qui **sous-tend un diamètre** a un angle de 90 °
(en autre mots.. cet angle intercepte **l'angle au centre plat** (180°) ; ou intercepte **un demi-cercle**)

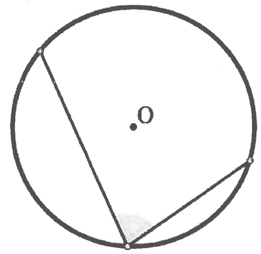


9. Les angles opposés par le sommet sont égaux.

C. Écris les expressions pour chaque angle représenté. (angle au centre ; angle inscrit)







angle au centre

angle inscrit

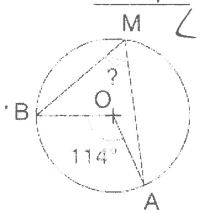
angle inscrit

D. Application des propriétés de 10.1, 10.2, 10.3

1. O est le centre.

∠M = 57 °

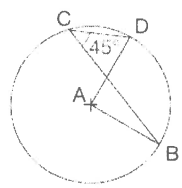
∠ inscrit ½ ∠ au centre



2. A est le centre.

∠A = 90 °

On ne peut pas trouver ∠B parce qu'il n'est pas un angle inscrit.

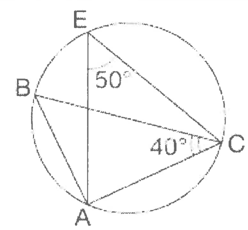


∠ au centre double ∠ inscrit

3. BC est un diamètre.

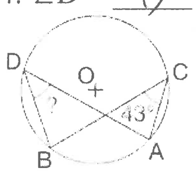
∠B = 50 °

∠ BAC = 90 °



∠ inscrits même arc =
∠ inscrit sous-tend diamètre 90°

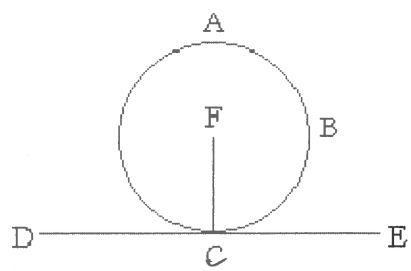
4. ∠D = 43 °



∠ inscrits même arc =

5. F est le centre.

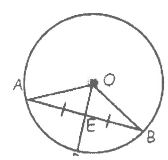
∠FCD = ∠FCE = 90 °



tangent ⊥ rayon

6. O est le centre.

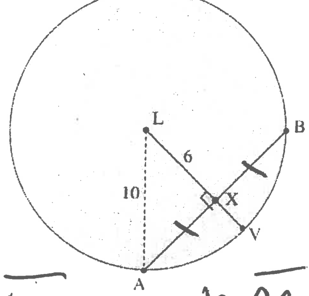
∠OEA = ∠OEB = 90 °



médiatrice

E. Propriétés de 9^e année et avant. **Montre ton travail et justifie les étapes.**

1. L est le centre. Trouve AB. 16



$\overline{LV}$ bissecte $\overline{AB}$

(rayon LV ⊥ AB ∴ LV médiatrice)

ΔLXA est Δ rect. (∠LXA = 90°)

$6^2 + \overline{AX}^2 = 10^2$

$36 + \overline{AX}^2 = 100$

$-36 \quad -36$

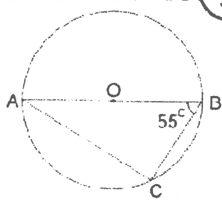
$\overline{AX}^2 = 64$

AX = 8

~~XB = AX = 8~~

AB = 8+8 = 16

2. O est le centre. Trouve ∠BAC 35°



∠ACB = 90°

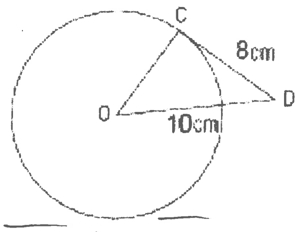
(∠ inscrit sous-tend diamètre)

∠BAC = 180 − 55 − 90

∠BAC = 35°

(somme ∠s Δ = 180°)

3. O est le centre. Trouve OC 6cm



$\overline{OC} \perp \overline{CD}$

(rayon ⊥ tangent)

ΔOCD est Δ rect. (∠OCD = 90°)

$\overline{OC}^2 + 8^2 = 10^2$

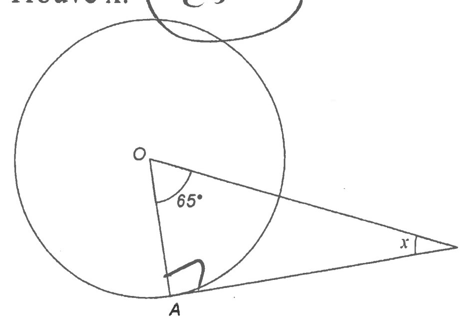
$\overline{OC}^2 + 64 = 100$

$-64 \quad -64$

$\overline{OC}^2 = 36$

OC = 6cm

4. O est le centre. Trouve x. 25°



$\overline{OA} \perp \overline{AP}$

(tangent ⊥ rayon)

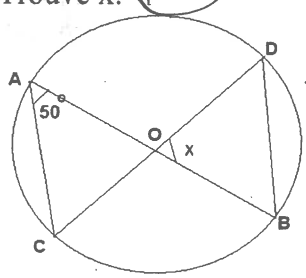
∠OAP = 90° ($\overline{OA} \perp \overline{AP}$)

x = 180 − 65 − 90

x = 25°

(somme ∠s Δ = 180°)

5. O est le centre. Trouve x. 100°



∠CAB = ∠CDB = 50° (∠s inscrits)

$\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OD} = \overline{OB}$ (rayons =)

ΔAOC et ΔODB Δ isocèles (2 côtés =)

∴ ∠A = ∠C = 50° (∠s base Δ isoc.)

∠B = ∠D = 50° (")

∠x = 180 − 50 − 50 = 100° (somme ∠s Δ 180°)

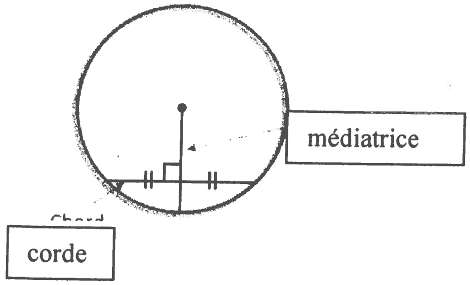
OU

∠AOC = ~~180 − 50 − 50~~ = 100°

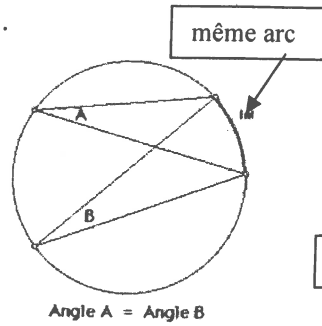
∠x = ∠AOC = 100° (∠s opposés par le sommet =)

Solutions :

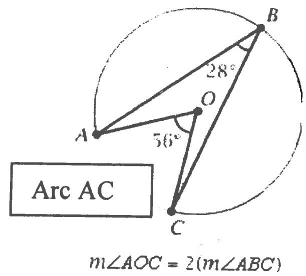
A. 1.



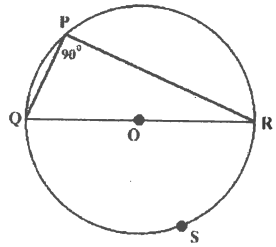
2.



3.

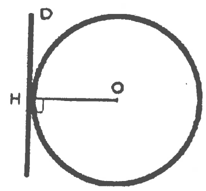


4.



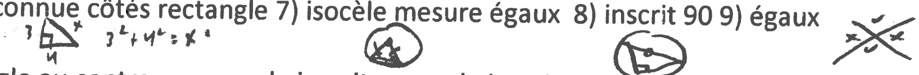
QR diamètre
O centre
Arc QPR demi-cercle
∠QPR est angle droit (=90°)

5.



tangent DH $\perp$ rayon OH

B. 1) rayons 2) inscrit 3) perpendiculaire 4) bissecte 5) somme 180 180 complémentaires 90
6) inconnue côtés rectangle 7) isocèle mesure égaux 8) inscrit 90 9) égaux



C. angle au centre angle inscrit angle inscrit

D. 1) **57°** (*angle inscrit est la moitié de l'angle au centre)*
2) **90°(***angle au centre est le double de l'angle inscrit)*
3) **50° 90°** *(les angles inscrits qui sous-tendent le même arc sont égaux ; un angle inscrit qui sous-tend un diamètre est un angle droit)*
4)**43°** (*les angles inscrits qui sous-tendent le même arc sont égaux)*
5) **90°** (*tangent perpendiculaire au rayon à la point de tangence)*
6) **90°** *(si une droite passe par le centre et est perpendiculaire à un corde, alors la droite bissecte le corde (coupe le corde en 2 parties égales)*

E 1) **16** *(LV bissecte AB – rayon LV $\perp$ AB alors LV médiatrice) ; Δ LXA est Δ rectangle ; Pythagore $6^2+AX^2 = 10^2$*
2) **35°** (∠ACB = 90° - ∠ inscrit sous-tend diamètre ; ∠BAC =35° - sommes des ∠s de Δ = 180°)
3) **6 cm** *(OC $\perp$ CD - rayon $\perp$ tangent; ΔOCD est Δ rectangle ; Pythagore - $OC^2 + 8^2 = 10^2$)*
4) **25°** *(OA $\perp$ AP – rayon $\perp$ tangent; ∠OAP = 90° (OA $\perp$ AP); x = 180 – 65 – 90 (somme ∠s Δ = 180°)*
5) **100°** *(∠CAB =∠CDB = 50° - ∠s qui sous-tendent même arc =; AO = OC = OD = OB – rayons =; ΔAOC et ΔADB sont Δ isocèles – 2 côtés = ; ∠A = ∠C = 50° - ∠s base Δ isoc. =; ∠B = ∠D = 50° - ∠s base Δ isoc. =; x = 180-50-50 = 100°- somme ∠s Δ = 180°)*

OU : *∠ADC = 180-50-50 = 100° - somme ∠s Δ = 180° ; x = ∠AOC - ∠s opposés par le sommet sont =)*

Révision 2 Écrit **la justification/explication/les propriétés employées** pour chaque question. **Réponses p. 67**

Partie 1 : Résoudrez les problèmes en utilisant les propriétés des cercles incluant :

- La droite **tangente** à un cercle est **perpendiculaire au rayon** au **point de tangence**

Partie 2 : Résoudrez les problèmes en utilisant les propriétés des cercles incluant :

- La **perpendiculaire** de la **corde** qui **passe par le centre** du cercle est **la médiatrice** de la corde et alors **bissecte** la corde
- La **bissectrice** de la corde qui **passe par le centre** du cercle est **la médiatrice** de la corde et alors est **perpendiculaire** à la corde
- Les **médiatrices de deux cordes se coupent au centre** du cercle.

Partie 3 : Résoudrez les problèmes en utilisant les propriétés des cercles incluant :

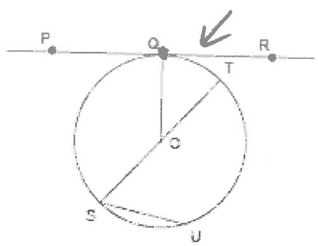
- La mesure de **l'angle au centre** est le **double** de la mesure de **l'angle inscrit** sous-tendu par le même arc
- les angles **inscrits** sous-tendu par le même arc ont les mesures **égales**
- L'angle **inscrit** qui sous-tend **le diamètre** a une mesure de **90°**

Autres propriétés utiles :

- La **somme des angles d'un triangle** est **180°.**
- Les **rayons** dans un cercle ont des longueurs **égales.**
- La longueur du **rayon** est **la moitié** de la longueur du **diamètre**.
- Une **rotation complète** au centre du cercle est **360°**
- Les angles **adjacents** qui forment **un angle plat** sont **supplémentaires** et alors leur somme est **180°.**
- Un **triangle** dans un cercle formé par **deux rayons** est un **triangle isocèle** (parce que les rayons ont les longueurs égales). Un **triangle isocèle** a **deux côtés** de mesures **égales** et les **deux angles de bases** ont de la **même mesure.**
- Dans un **triangle RECTANGLE**, si on sait la longueur de 2 côtés, on peut employer le théorème de **Pythagore** pour trouver la longueur de l'autre côté. ***cathète² + cathète² = hypotènuse²***

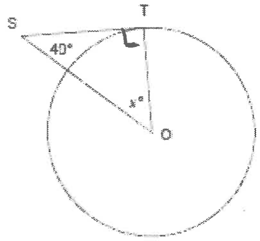
Partie 1 :

C 1. « O » est le centre du cercle. Quelle est la droite tangente?



a. OQ b. ST c. PR d. SU

B 2. « O » est le centre du cercle et « T » est le point de tangence. Quelle est la valeur de $x°$?

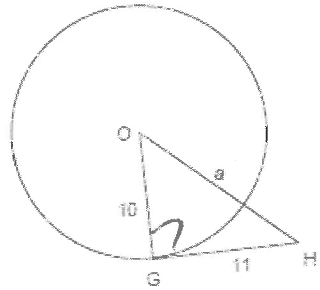


tangent ⊥ rayon
180 − 40 − 90

a. 90° b. 50° c. 130° d. 40°

D

___ 3. « O » est le centre du cercle et « G » est le point de tangence. Déterminez la valeur de *a*



tangent ⊥ rayon

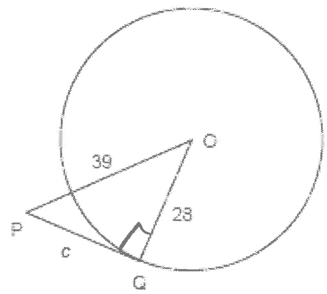
$10^2 + 11^2 = a^2$

$221 = a^2$

a. 11,3 b. 22,5 c. 4,6 d. 14,9

B

___ 4. « O » est le centre du cercle et « Q » est le point de tangence. Déterminez la valeur de *c*.



PQ ⊥ QO tangent ⊥ rayon

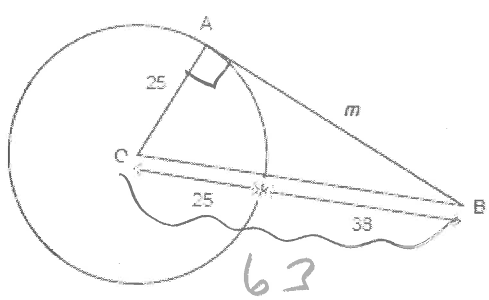
$28^2 + c^2 = 39^2$

$c^2 = 737$

a. 48 b. 27,1 c. 11 d. 5,5

C

___ 5. « O » est le centre du cercle et « A » est le point de tangence. Déterminez la valeur de *m*



OA ⊥ AB

rayon ⊥ tangent

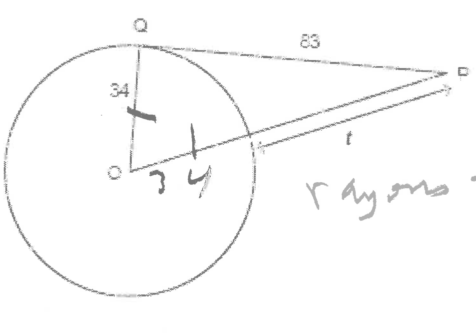
$25^2 + (63)^2 = m^2$

$4594 = m^2$

a. 38 b. 7,2 c. 67,8 d. 57,8

B

___ 6. « O » est le centre du cercle et « Q » est le point de tangence. Déterminez la valeur de *t*



rayons =

OQ ⊥ QP

$34^2 + 83^2 = OP^2$

$8045 = OP^2$

89,6539 = OP

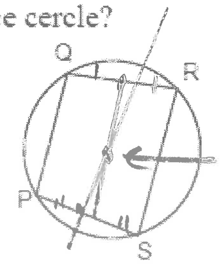
89,6539 − 34 = 55,6539

a. 61,3 b. 55,7 c. 55 d. 82,2

Partie 2

C 9. Qu'est-ce que vous devez faire pour déterminez le centre de ce cercle?

i) Dessinez les médiatrices de PS et PQ.
ii) Joignez PR et QS.
iii) Joignez les mi-points de PS et QR et les mi-points de PQ et SR.

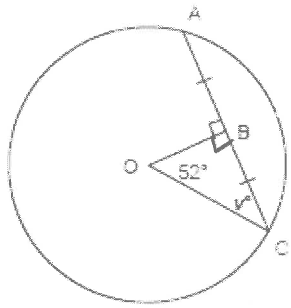


centre

les médiatrices de 2 cordes non-parallèles se coupent au centre du cercle

a. i et iii b. iii c. i d. ii

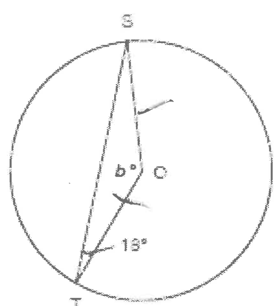
D 11. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de $v°$.



$v = 180° - 90° - 52°$

a. 19° b. 71° c. 52° d. 38°

A 12. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de $b°$.



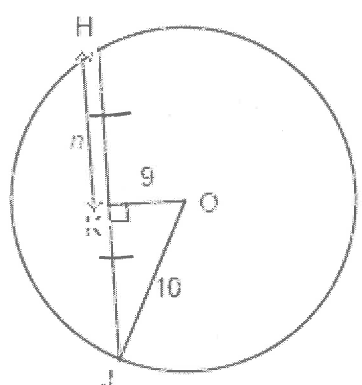
$OS = OT$ (rayons =)

$\angle S = \angle T = 18°$ (< base Δ isoc. =)

$\angle O = 180 - 18 - 18$

a. 144° b. 81° c. 72° d. 18°

B 13. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de n au dixième près.



$\overline{OK}$ passe par le centre et est ⊥ à corde HJ

∴ OK est médiatrice et bissecte corde HJ

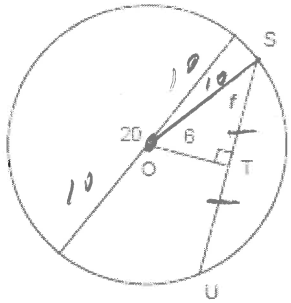
∴ $HK = KJ$ $9^2 + KJ^2 = 10^2$

$KJ^2 = 19$

$KJ = HK = 4,4$

a. 13,5 b. 4,4 c. 19 d. 1

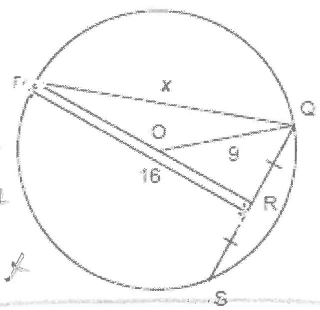
B 14. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de f au dixième près.



diamètre = 20
∴ rayons = 10
∴ $\overline{OS} = 10$
$6^2 + f^2 = 10^2$
$f^2 = 64$

a. 4 b. 8 c. 64 d. 11.7

D 15. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de x au dixième près.

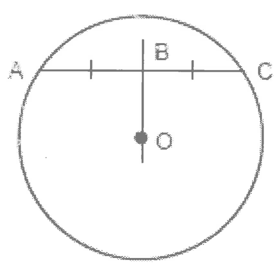


$16^2 + 5,6568^2 = x^2$
$256 + 32 = x^2$
$16,97 = x$

$\overline{OR}$ passe par le centre et bissecte corde SQ
∴ $\overline{OR}$ médiatrice ⊥ SQ
(PR n'est pas diamètre)
$7^2 + \overline{RQ}^2 = 9^2$
$\overline{RQ}^2 = 32$
$\overline{RQ} = 5,6568$

a. 5,7 b. 19,6 c. 288 d. 17

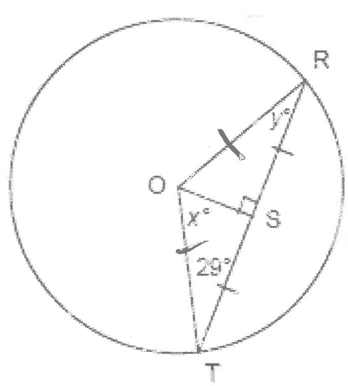
20. « O » est le centre du cercle. Qu'est-ce qu'on peut dire à propos de la mesure de ∠OBC?



∠OBC = 90°

OB passe par le centre et bissecte corde $\overline{AC}$
∴ OB médiatrice ⊥ corde AC
∴ ∠OBC = ∠OBA = 90°

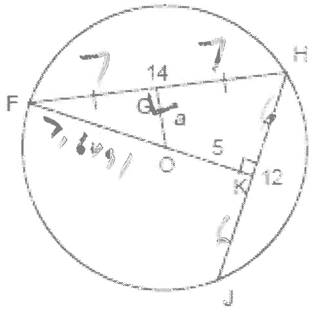
21. « O » est le centre du cercle. Déterminez les valeurs de $x°$ et $y°$.



x = 29°
y = 61°

$\overline{OR} = \overline{OT}$ rayons
△OTR △ isocèle
∠OTR = ∠ORT = 29° (∠s base △ isocèle)
∠OST = 180 − 90 = 90 (∠OST supp ∠OSR)
X = 180 − 90 − 29 = 61 (somme ∠s △ 180°)

22. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de a, arrondi au dixième près.



OG passe par le centre et OG bissecte FH

∴ OG médiatrice ⊥ FH

OK passe par le centre et ⊥ JH

∴ OK médiatrice bissecte JH

$FK^2 + 6^2 = 14^2 \rightarrow FK = 12,6490$

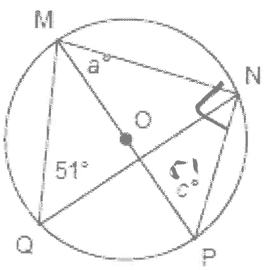
$FK^2 = 160$

$FO = 12,6491 - 5 = 7,6491$

a = 3,1

Partie 3

23. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de $a°$ et $c°$.



c = 51° ∠s inscrits même arc

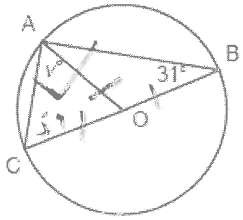
∠MNP = 90 (∠ inscrit sous-tend diamètre 90°)

a = 180 − 90 − 51 = 39°

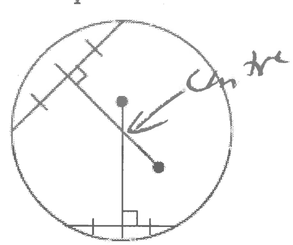
a = 39°

c = 51°

24. « O » est le centre du cercle. Déterminez la valeur de $v°$.



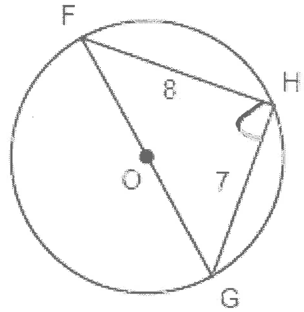
25. Identifiez le centre de ce cercle avec un point. Nommez le point « O ». Comment est-ce que vous savez que votre réponse est correcte?



Je sais que c'est le centre parce que: les 2 médiatrices (⊥ au corde; bissect corde) se coupent au centre du cercle

27. « O » est le centre du cercle. Déterminez le rayon du cercle au dixième près.

Le rayon = 5,3



∠FHG est 90° (∠ inscrit sous-tend diamètre = 90)

$8^2 + 7^2 = FG^2$

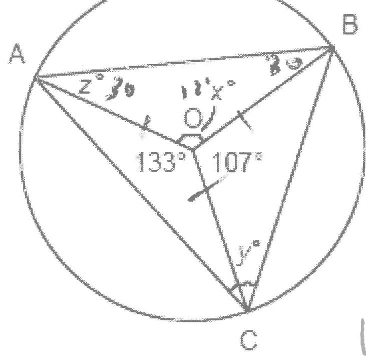
$113 = FG^2$

$10{,}6301 = FG$

Rayon $= \frac{1}{2}$ FG = 5,3

28. « O » est le centre du cercle. Déterminez les valeurs de $x°$, $y°$, et $z°$.

x = 120
y = 60
z = 30



X = 360 − 133 − 107 = 120°

OA = OB (rayons)

ΔAOB est isocèle

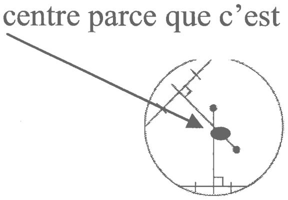
Z = ∠ABO = $\frac{180 - 120}{2}$ = 30° (les bases Δ isoc. =)

y = $\frac{1}{2}$(120) = 60 (∠ inscrit $\frac{1}{2}$ ∠ au centre)

Réponses

1.) C 2.) B 3.) D 4.) B 5.) C 6.) B 9.) C 11.) D 12.) A 13.) D 14.) B 15.) D 20.) ∠OBC = 90°
21) x = 61°. y = 29° 22) a = 3,1 23) a = 39°, c=51° 24) v=59°

25) C'est le centre parce que c'est le point où les deux médiatrices se coupent.

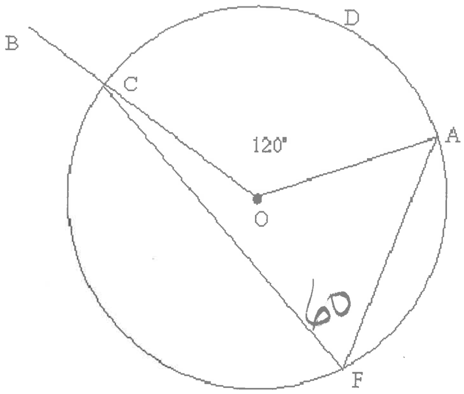


27) rayon OG = rayon FO = 5,3
28) x=120°, y = 60°, z = 30°

Les angles dans un cercle

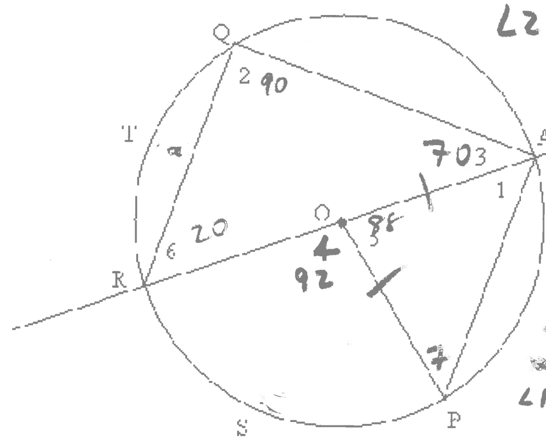
Résoudre les suivantes. (Les diagrammes ne sont pas à l'échelle. Il faut employer les propriétés et les connaissances de géométrie pour les résoudre.)

1.
Dans cercle O,
quelle est la mesure de $\angle CFA$? 60°
Pourquoi? ∠inscrit = ½ ∠au centre

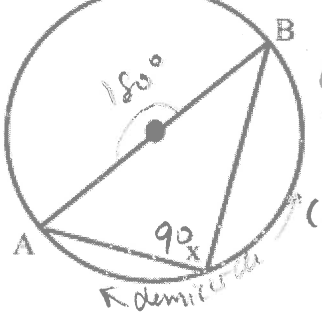


2.
Dans cercle O,
quelles sont les mesures des angles numérotées?

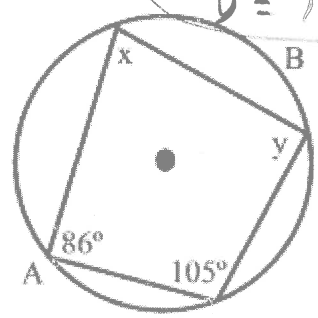
∠3 = 70
∠4 = 92
∠2 = 90° (∠inscrit demi cercle)
∠1 = 180 − 70 − 90
= 20°
∠5 = 180 − 92
= 88°
OA = OP (rayons)
∴ ∠1 = ∠7
x + x + 88 = 180
∠1 = ∠7 = 46°



3. $\overline{AB}$ est un diamètre.
Quelle est la mesure de x? 90°
Pourquoi? ∠inscrit sous-tend demi cercle
(ou ∠inscrit = ½(180) = 90
(∠au centre = 180°)

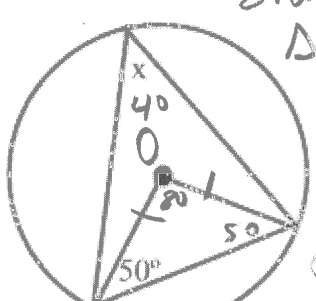


4. Dans le quadrilatère cyclique,
quelles sont les mesures de x et y?
Pourquoi? x = 180 − 105 = 75°
y = 180 − 86° = 94°
(∠s opp. suppl.)



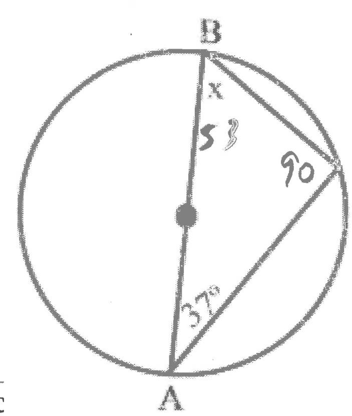
4. Cercle centre O.
Trouve x. 40°

2 rayons = Δ isocèle
∠s de base 50°
∠au centre 80°
(180 − 50 − 50 = 80)
∠inscrit ½ ∠au centre
x = ½ (80) = 40°



5. $\overline{AB}$ est un diamètre.
Trouve x. 53°

x = 180 − 90 − 37
= 53°
(∠ = 90°
∠inscrit sous-tend demi cercle)



6. Trouve les angles suivants.

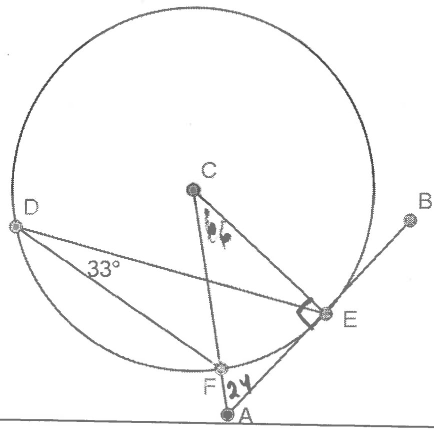
Justifie tes réponses.

∠FCE 66 → double ∠FDE (l'au centre)

~~∠ACE~~

∠CEA 90 (tangent ⊥ rayon)

∠CAE 24 (180 − 90 − 66 = 24 ∠s du Δ)



7. Dans cercle O,

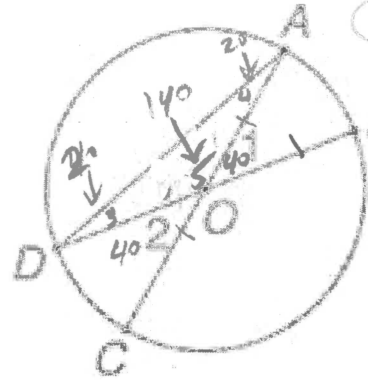
$\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ sont les diamètres et $m\angle 1 = 40°$.

Trouve tous les angles numérotées.

∠5 = 140° (supp à ∠1)

∠3 = ∠4 = 20° (AO = OD rayons ΔAOD est isoc.)

∠2 = 40° (angles opposés)



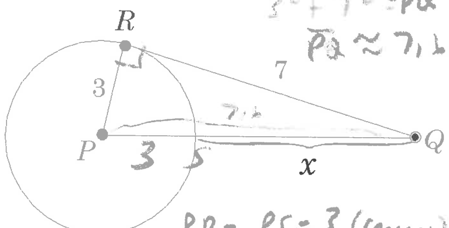
7. $\overline{RQ}$ est un tangent. Trouve x — 4,6

$3^2 + 7^2 = PQ^2$ (pyth)

$PQ \approx 7,6$

PR ⊥ RQ rayon ⊥ tangent

Δ PRQ Droit



PR = PS = 3 (rayons)

x = 7,6 − 3 = 4,6

8. Cercle O a un diamètre de 6 cm.

∴ AP = AC = 3 cm

$\overline{AB}$ = 1 cm. $\overline{BP} \perp \overline{AB}$ — ∴ Δ ABP est Droit

Quelle est la mesure de $\overline{BP}$

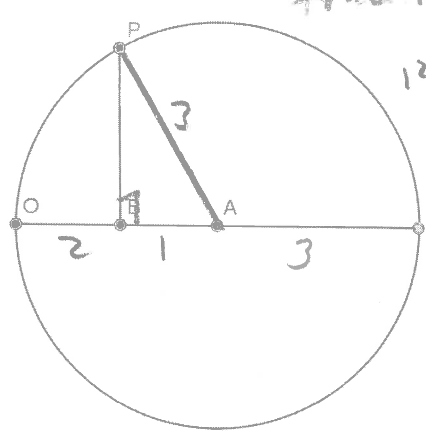
(arrondi au dixième près)?

trace rayon AP

$1^2 + BP^2 = 3^2$

$BP = \sqrt{8}$

BP ≈ 2,8 cm



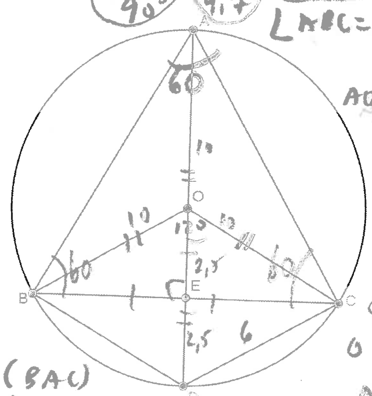
9. Dans cercle centre O,

ABC est équilatéral. $\overline{AD} = 10$ (dia), $\overline{DC} = 6$,

$\overline{BE} = \overline{EC}$, $\overline{OE} = \overline{ED}$

Trouve ∠AEC (90°), $\overline{EC}$ (9,7), ∠BOC (120°), ∠OBE (30°).

∠ABC = ∠BCA = ∠CAB = 60° (Δ équil)



AO = OC = OD = OB = 5 (rayons = ½ dia)

OD bissecte BC et passe par centre ∴ OD ⊥ BC

∴ ∠AEC = 90°

OE = ED = 2,5 (½ · 5)

ΔDEC droite

$2,5^2 + EC^2 = 10^2$

EC = 9,7

∠BOC = 2(BAC) = 2(60) = 120°

∠OBE = ∠OCE = $\frac{180 - 120}{2}$ = 30°

ΔOBC est isoc. ∠s du Δ